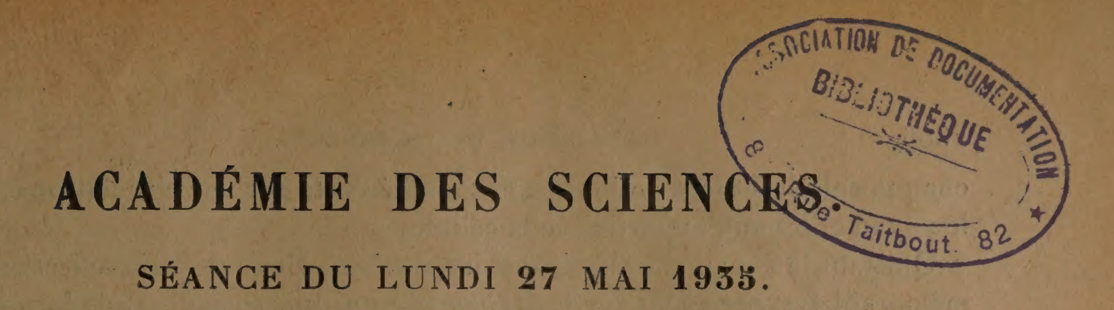


ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 MAI 1935.

PRÉSIDENCE DE M. Pierre-Augustin DANGEARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce en ces termes la mort de M. *Hugo de Vries*, Correspondant de l'Académie :

Nous avons le regret d'apprendre la mort du célèbre professeur hollandais **Hugo de Vries**, né à Haarlem en 1848, qui était Correspondant de notre Académie depuis 1913.

Ce savant s'est fait principalement connaître au début de sa carrière scientifique par des travaux relatifs au géotropisme, à l'héliotropisme, aux phénomènes d'épinastie et d'enroulement des vrilles.

Mais ses qualités de physiologiste allaient se manisfester avec tout leur éclat dans l'étude de la vie cellulaire des plantes. Hugo de Vries avec ses recherches sur le rôle du protoplasma et de la membrane dans la turgescence des cellules, par ses expériences sur les conditions de la plasmolyse, sur la pression osmotique, sur les relations de cette dernière avec les différentes substances dissoutes dans le suc cellulaire, substances dont il détermina les coefficients isotoniques, prépara le terrain aux conceptions de Van'Hoff sur l'osmose.

A partir de 1889, l'activité de Hugo de Vries s'oriente dans une autre direction. Dans son ouvrage sur la Pangénèse intracellulaire il interprète, autrement que ne l'avait fait Darwin, le mode d'action des pangénes dans la question de l'hérédité; pour Darwin il s'agissait de particules vivantes ou gemmules pouvant circuler d'un organe à l'autre pour lui imprimer sa forme et ses fonctions; pour de Vries les pangénes sont localisés dans

chaque cellule et leur action s'exerce en hérédité par une circulation entre le noyau et les autres parties de la cellule.

Quittant le domaine exclusif des hypothèses, Hugo de Vries effectue ses mémorables expériences sur les *Œnothera* qui lui permettent de formuler sa théorie bien connue des mutations.

D'après ce savant les espèces auraient évolué non du fait de la sélection naturelle résultant de la lutte pour la vie, comme dans la théorie de Darwin, non par suite uniquement d'une adaptation au milieu comme dans la théorie de Lamarck, mais par changements brusques ou *mutations* donnant lieu à la création de nouvelles espèces.

La théorie des mutations a soulevé de nombreuses objections : elle a rencontré également des défenseurs convaincus : pour se rendre compte de son importance en évolution, il suffit de considérer l'extension de plus en plus grande des travaux relatifs à la Génétique et les résultats obtenus dans cette partie de la science, en s'appuyant sur l'existence de gènes ou facteurs de l'évolution et de l'hérédité, facteurs que l'on suppose, non sans raison, localisés dans les chromosomes du noyau.

Parlant de sa théorie des mutations, de Vries s'exprime ainsi ([1]) : « La notion de période de mutation produisant de temps en temps des essaims d'espèces dont un petit nombre seulement a des chances de survivre est une théorie qui promet de fournir un point de départ pour des schémas généalogiques et spéculatifs aussi bien que pour des recherches expérimentales sur la nature du monde organisé. » Le temps sur tous ces points lui a donné raison.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Inverseur optique.*
Note ([2]) de M. Armand de Gramont.

On sait qu'un prisme de Wollaston donne d'un objet considéré une image virtuelle symétrique de cet objet par rapport au plan de la surface réfléchissante. Il en résulte que l'orientation de l'image peut être déterminée par l'orientation du prisme lui-même, l'image tournant d'un angle double de celui dont a tourné le prisme.

M. Louis Lumière a récemment signalé les inconvénients du Wollaston

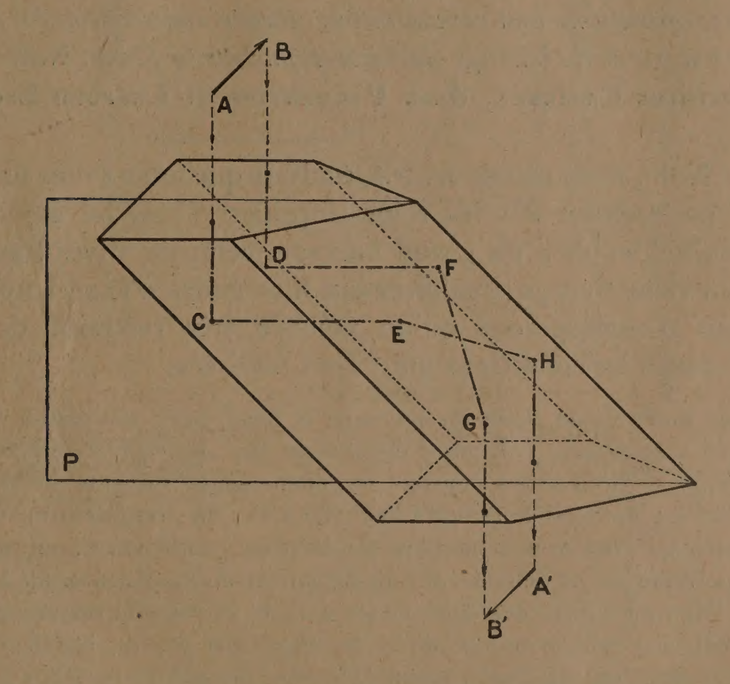
([1]) H. de Vries, *Espèces et variétés*. Traduction Blaringhem, p. 456.

([2]) Séance du 20 mai 1935.

et montré l'avantage qu'il y avait à le remplacer par un inverseur optique constitué par un prisme pentagonal accolé à un prisme à 45° [1].

Le même résultat peut être obtenu au moyen d'un dispositif qui met en jeu une réflexion totale et la double réflexion d'un prisme en toit.

On voit sur la figure que les rayons issus des points A et B après une réflexion totale en C et D sur une surface inclinée à 45°, se réfléchissent en EH et FG sur les deux plans du prisme en toit; les rayons émergents HA′



et GB′ sont symétriques de AC et de BD par rapport au plan P bissecteur du prisme en toit.

Le plan P joue ici le même rôle que la surface réfléchissante du prisme de Wollaston : si l'on fait tourner le prisme autour d'une direction parallèle au faisceau incident, l'image A′B′ tourne d'un angle double, tout en restant toujours symétrique de la première par rapport au plan P.

Le chemin parcouru par un faisceau lumineux dans une telle combinaison est plus court que dans l'inverseur comportant un prisme pentagonal : le rapport dans les deux cas est d'environ 0,6.

Il est à noter que dans le prisme en toit l'incidence est telle qu'il y a

---

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 281.

réflexion totale sur les deux faces; en conséquence, aucune face n'est argentée.

Ce prisme a été utilisé par M. Louis Lumière et a pu remplacer l'inverseur à pentagonal dans certaines applications.

HYDRAULIQUE. — *Contribution à l'étude des veines liquides; solutions multiples; opérations non commutatives. Expériences effectuées sur des modèles réduits et au barrage de Vives-Eaux sur la Seine.* Note [1] de MM. **Charles Camichel**, **Jean Parmentier** et **Léopold Escande**.

Dans cette Note, nous résumons les résultats que nous avons obtenus en poursuivant nos travaux sur les veines liquides [2] en les étendant aux modèles affouillables et à un grand barrage, celui de Vives-Eaux sur la Seine, qui convient tout particulièrement à ce genre d'expériences. Pour abréger, nous n'envisagerons qu'un nombre très restreint de cas en précisant avec soin les conditions qui y sont réalisées.

1° *Cas d'une seule veine dans un ouvrage à fond fixe; attraction des rives; existence de deux solutions; état final dépendant des opérations intermédiaires; axe hydraulique.* — Nous avons constaté les phénomènes suivants sur le barrage de Vives-Eaux et sur son modèle réduit à l'échelle 1/25 : en pratiquant une ouverture unique par l'abatage d'un certain nombre de hausses consécutives, on observe la formation d'une veine qui ne demeure jamais dans l'axe de l'ouverture, mais s'incurve toujours vers l'une ou l'autre des deux rives; dans le cas où l'ouverture est voisine d'une rive, c'est vers celle-ci que se dirige la veine; par contre, il existe une zone centrale étendue dans laquelle l'orientation de la veine dépend des rouleaux préexistant à l'aval du barrage. Nous avons précisé ce dernier point par une série d'expériences qui nous ont conduit à la notion d'axe hydraulique de l'ouvrage : en réalisant une ouverture au voisinage d'une rive de telle sorte que la veine correspondante s'oriente vers celle-ci, et en déplaçant progressivement la passe ouverte vers la rive opposée, on constate que, pour une certaine position de cette passe P_1, la veine tourne et se dirige vers cette nouvelle rive; en opérant en sens inverse, on détermine une seconde position caractéristique, P_2, de l'ouverture pour laquelle la veine change d'orientation; la position de l'axe hydraulique se trouve définie par le milieu de l'intervalle P_1 et P_2, les déplacements de cet axe en fonction de la largeur de la passe ouverte sont représentés sur la figure 1 sur laquelle on observe également la concordance entre les mesures faites sur l'ouvrage réel et sur son modèle réduit.

---

(1) Séance du 13 mai 1935.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 283.

Dans le cas d'un ouvrage ayant un plan de symétrie, l'axe hydraulique se trouve dans ce plan comme nous l'avons vérifié sur un modèle réduit.

2° *Cas d'une seule veine dans un ouvrage à fond affouillable; état final indépendant des conditions initiales.* — Dans le canal de la figure 2, disposons une paroi transversale munie d'une fente et plaçons à l'aval un fond affouillable formé par exemple par du sable fin; alimentons cet ouvrage : la veine commence par se diriger latéralement en creusant vers la rive correspondante, et après quelques oscillations

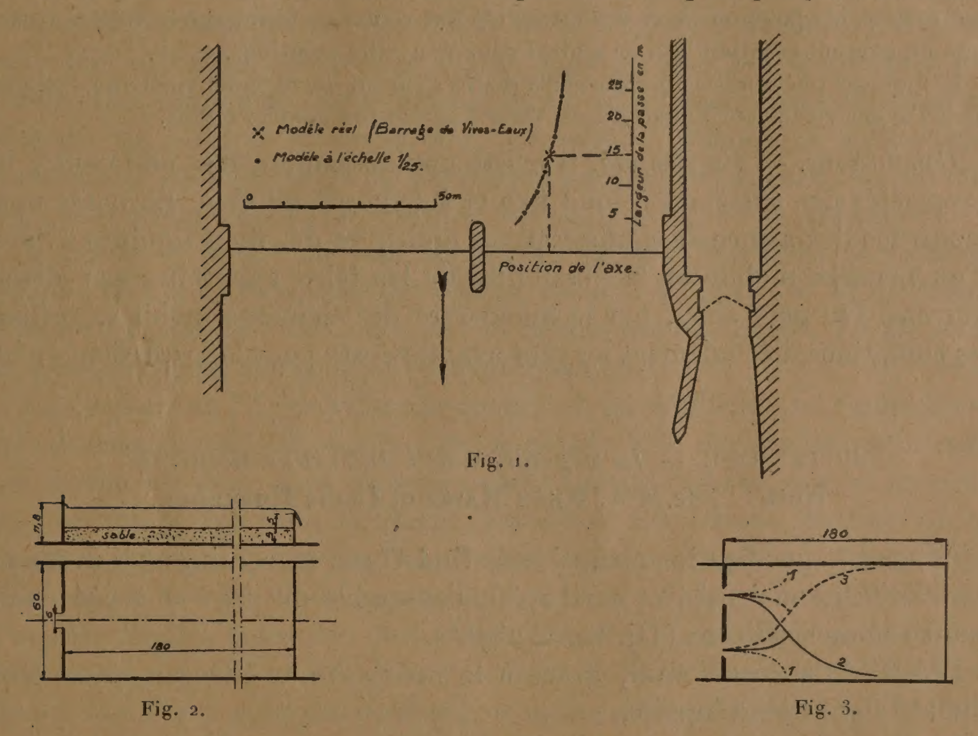


Fig. 1.

Fig. 2. Fig. 3.

elle s'oriente dans l'axe du système; le jet à une certaine distance du barrage se diffuse dans toute la section. *L'état d'équilibre final est symétrique et indépendant des conditions initiales*, comme on le constate en disposant, avant le début de l'expérience, un talus dissymétrique dans le fond du système. On trouve là une distinction importante entre les ouvrages à fond affouillable et à fond fixe, pour lesquels nous avons démontré que, dans ce cas particulier, l'état final dépend au contraire des conditions initiales (*loc. cit.*).

3° *Cas de deux veines dans un ouvrage symétrique à fond fixe; attraction des veines; opérations non commutatives.* — Dans l'ouvrage ayant les dimensions indiquées sur la figure 2, ouvrons successivement et *progressivement* les deux vannes A et B; les deux veines s'attirent et le courant résultant de leur confluence se dirige du côté de la rive la plus voisine de la vanne ouverte la première.

Le résultat final dépend de l'ordre des manœuvres; les opérations ne sont pas commutatives.

4° *Cas de deux veines dans un ouvrage symétrique ou dissymétrique; solutions*

multiples. — On peut faire apparaître dans le même ouvrage des solution multiples par divers procédés : Considérons deux ouvertures respectivement voisines de chacune des deux rives ; les veines correspondantes se dirigent chacune vers la rive la plus proche. En rapprochant les deux passes ouvertes, nous les amenons dans les positions A et B (*fig.* 3) et elles divergent encore ; c'est là une première solution. Continuons à rapprocher les deux passes ouvertes ; il arrive un moment où les veines se réunissent pour se diriger vers l'une ou l'autre rive. Lorsqu'on ramène les ouvertures à être dans les positions A et B, l'attraction des veines persiste avec la même orientation du courant résultant et l'on a ainsi deux nouvelles solutions.

Les mêmes phénomènes peuvent être réalisés sur un ouvrage dissymétrique, comme nous l'avons vérifié sur le barrage de Vives-Eaux et son modèle réduit.

Conclusions. — En résumé, il existe une distinction très nette entre les propriétés des systèmes à fond fixe et à fond affouillable. En outre nous montrons l'existence de configurations multiples des filets liquides à l'aval d'un barrage mobile et la possibilité de les faire apparaître par divers moyens. On peut ainsi, par la manœuvre des éléments mobiles, réaliser les conditions d'écoulement les plus avantageuses pour la protection du lit.

BOTANIQUE. — *La végétation de l'Anti-Atlas occidental.* Note [1] de MM. RENÉ MAIRE et LOUIS EMBERGER.

Grâce à la pacification complète du Sud-Ouest marocain, nous avons pu parcourir, en mai 1934 et avril 1935, l'ensemble du pays et accéder aux hauts sommets siliceux (Dj. Kest, 2376^{m}).

L'Anti-Atlas occidental, grâce à la proximité de l'Océan, jouit d'un climat relativement humide.

La forêt d'*Argania*, qui occupe tout le Sous, monte sur le flanc des montagnes jusqu'à l'altitude de 1450^{m}. *Euphorbia Echinus* y est partout avec *Senecio anteuphorbium*, *Warionia*, *Ziziphus*, *Thymus leptobotrys*, et, chez les Aït Baha, jusqu'à 1150^{m}, avec *Laburnum platycarpum*. Les rochers sont sur certains points couverts de *Semper vivum arboreum* avec *Sonchus pinnatifidus*. L'ensemble floristique a un cachet nettement tropical. A l'ouest du méridien de Tiznit un grand nombre d'espèces moins xérophiles (*Rhus pentaphylla*, *Euphorbia Regis Jubæ*, etc.) indiquent un adoucissement sensible de l'aridité du climat.

Sur le versant sud l'Arganier est buissonnant et se localise sur les pentes des montagnes, d'où il descend en plaine le long des torrents. Le Sahara,

---

(1) Séance du 20 mai 1935.

avec sa flore, s'insinue partout, mais vers l'Ouest, sous l'influence de l'Océan, il est remplacé sur les terrains salés par un *scrubb* à *Atriplex* et *Lycium* presque dépourvu d'espèces sahariennes, mais comptant un certain nombre d'éléments canariens (*Chenolea*, *Astydamia*, etc.).

Plus haut, entre 1450 et 1600^m, il y a un étage extrêmement dégradé où l'on trouve, avec peine quelques témoins de l'ancienne forêt de *Callitris articulata* accompagné de *Pistacia atlantica*. On y trouve encore *E. Echinus*, mais plus rarement; *Chamærops humilis* apparaît çà et là. *Lavandula pedunculata* var. *atlantica*, *Cistus villosus* et *C. salviifolius*, *Polygala Balansæ*, *Jasonia* sp., *Salvia taraxacifolia*, *Globularia Alypum* et *Adenocarpus Segonnei* en sont les éléments les plus remarquables. L'ensemble de cette flore est nettement méditerranéen et fait contraste avec les Arganiaies.

A partir de 1500^m on voit apparaître çà et là quelques buissons de *Quercus Ilex* et de *Juniperus Oxycedrus*, mais la Chênaie ne se développe bien qu'à partir de 1600^m; elle atteint le sommet du massif. Le Dj. Kest en possède encore des peuplements intéressants.

La Chênaie de l'Anti-Atlas occidental est un taillis ou une futaie basse, très dense aux endroits où elle a été respectée. Elle est la plus méridionale qui existe. Sa flore nous transporte très loin du Sahara, car ses éléments les plus importants sont *Juniperus Oxycedrus*, *Chamærops*, *Smilax aspera*, *Lonicera etrusca*, *Cytisus bæticus*, *Colutea*, *Cirsium Casabonæ*, *Cynoglossum Dioscoridis*, *Achillea ligustica*, *Ruscus aculeatus*, *Ephedra nebrodensis*, etc. Dans les falaises couvertes de Lichens foliacés, on est surpris de trouver *Hedera Helix*, *Cystopteris fragilis*, *Geranium Robertianum*, *Sedum acre*, *Silene italica* var. Il y a aussi des endémiques marocains remarquables, mais leur présence est peu frappante et se perd dans l'ensemble.

En résumé, l'Anti-Atlas occidental est entièrement entouré à sa base par un étage à *Argania* représentant ici l'*étage méditerranéen aride*. Sur le versant sud cet étage et le Sahara se copénètrent, mais le désert n'atteint en aucun point l'Océan. Cet étage est floristiquement et physionomiquement caractérisé pas ses traits tropicaux ou sahariens. A l'Arganier succède une Callitriaie formant l'*étage méditerranéen semi-aride;* celui-ci est nettement méditerranéen. Enfin, les régions élevées, les plus humides, sont couvertes de forêts de Chênes-verts constituant un *étage méditerranéen tempéré* typique. Cet îlot est la tache de végétation purement méditerranéenne la plus méridionale qui existe.

Cette exploration termine l'enquête botanique générale dans l'Anti-Atlas que nous avions entreprise depuis 1930.

M. Émile Forgue, par l'organe de M. Jean-Louis Faure fait hommage à l'Académie de la 9e édition de son *Précis de Pathologie externe*.

NOMINATIONS.

L'Académie des Sciences désigne son Bureau pour la représenter à toutes les cérémonies du *Troisième Centenaire de l'Académie française*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de *Directeur de l'Institut océanographique de l'Indochine*, pour la première ligne, M. *Pierre Chevey* obtient 29 suffrages; il y a 3 bulletins blancs. Pour la seconde ligne, M. *Raoul Serène* réunit l'unanimité des 29 suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne............ M. Pierre Chevey.
En seconde ligne............ M. Raoul Serène.

Pour le poste d'*Assistant* au même Institut, M. Raoul Serène réunit l'unanimité des suffrages et sera présenté à M. le Ministre de l'Éducation nationale.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° R. Weckering. *Stéréophysique. Nouvelles théories sur la constitution de la matière et l'origine des rayonnements.*

2° Jean Rostand. *La vie des Libellules.* (Présenté par M. Louis Bouvier.)

ALGÈBRE. — *Sur la théorie de la ramification des idéaux.* Note [1] de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

L'objet de cette Note est la généralisation aux corps algébriques quelconques des notions d'ensembles et de nombres de ramification attachés à des idéaux premiers, notions introduites par M. Hilbert pour les idéaux des corps de Galois relatifs [2].

J'expose dans cette Note uniquement les résultats applicables à tous les corps de nombres algébriques, indépendamment de leur nature.

Remarque. — Dans ce qui suivra, il s'agira de corps algébriques par rapport à un corps de *base*, qui sera, soit un corps de nombres algébriques, soit un corps Π-adique d'un tel corps, où Π est un idéal premier. Cette base sera notée χ et les corps sur χ seront désignés par K surmonté ou non d'un signe, par exemple $\overline{K}$, K^*, etc. Sauf mention expresse, quand on écrira isomorphisme, automorphisme, ordre, degré, etc., toutes ces relations seront prises par rapport à χ; si une propriété est notée dans K par une lettre, la propriété correspondante dans $\overline{K}$, K^*, etc. sera notée par la même lettre surmontée de $^-$, *, etc.; si K_1, K_2 sont des corps, $K_1 \supset K_2$ désignera que K_1 est algébrique par rapport à K_2 et le contient.

Définition 1. — Si K^* est le corps de Galois de K, P^* un idéal premier de K^* divisant le nombre premier rationnel p, a ordre de p par rapport à K, P idéal premier de K tel que $P^*|P$, ρ la racine primitive de mod P dans K, π entier de K d'ordre 1 en P, l'ensemble Z des isomorphismes σ de K tels que $\sigma P \equiv 0 (\text{mod. } P^{*a})$ s'appellera *l'ensemble de décomposition de* P^* *dans* K *par rapport à* χ [3], l'ensemble des σ de Z tels que $\rho \equiv \rho\sigma (\text{mod}\, P^*)$, où P est la racine primitive de mod P dans K, s'appellera *l'ensemble d'inertie* de P^* dans K, l'ensemble des σ de T tels que $\sigma\pi \equiv \pi (\text{mod}\, P^{*a+1})$ s'appellera *l'ensemble de ramification* de P^* dans χ. Si $\sigma\pi - \pi$ est d'ordre $w + a$ en P^*, σ étant de V, $v = w : a$ s'appellera *nombre caractéristique de* σ *pour* P^*. *D'après cette définition* v *est rationnel et positif. Si* $0 < v_1 < v_2 < \ldots < v_n < v_{n+1} = \infty$ est l'ensemble de tous les nombres caractéristiques distincts des σ de V, $v_k (k = 1, 2, \ldots, n+1)$ s'appellera $k^{\text{ième}}$ *nombre de ramification* de P^* dans K [1] et l'ensemble

---

[1] Séance du 20 mai 1935.

[2] *Jahresber. d. Deutsch. Math.-Ver.*, 4, 1894-1895, p. 175-546.

[3] Dans tout ce qui suivra, « par rapport à χ » sera sous-entendu.

$\overset{(k)}{\mathrm{V}}$ $(k=0, 1, \ldots, n)$ des σ qui ont $v \geqq v_{k+1}$ s'appellera *l'ensemble de ramification k fois souligné* de $\mathrm{P}^{\star}$ dans K.

1° *Détermination des ensembles et nombres de ramifications du sous-corps à partir de ceux du corps.*

Définition 2. — Si $\mathrm{K} \supset \overline{\mathrm{K}}$, un isomorphisme $\bar{\sigma}$ de $\overline{\mathrm{K}}$ s'appellera *correspondant* d'un isomorphisme σ de K [notation : $\bar{\sigma} = \text{corr. } \sigma(\overline{\mathrm{K}})$] si, pour chaque nombre $\bar{\alpha}$ de $\overline{\mathrm{K}}$, $\bar{\sigma}\bar{\alpha} = \sigma\bar{\alpha}$. Un ensemble $\overline{\mathrm{A}}$ des $\bar{\sigma}$ sera dit correspondant d'un ensemble A des σ [notation $\overline{\mathrm{A}} = \text{corr. A}(\overline{\mathrm{K}})$], s'il est l'ensemble de tous les correspondants distincts des éléments de A.

Soient $\mathrm{K}^{\star}$, corps de Galois de K; $\overline{\mathrm{K}}^{\star}$, celui de $\overline{\mathrm{K}}$; $\mathrm{P}^{\star}$, idéal premier de $\mathrm{K}^{\star}(\mathrm{P}^{\star}|p)$; $\overline{\mathrm{P}}^{\star}$, idéal premier de $\overline{\mathrm{K}}^{\star}$; $\mathrm{P}^{\star}|\overline{\mathrm{P}}^{\star}$; g, l'ensemble des isomorphes de K par rapport à $\overline{\mathrm{K}}$; $\zeta = [g, \mathrm{Z}]$, $\tau = [g, \mathrm{T}]$, $\overset{(k)}{\nu} = [g, \overset{(k)}{\mathrm{V}}]$ (¹) $(k=0, \ldots, n)$; z, t, n_k, ordres (²) de Z, T, $\overset{(k)}{\mathrm{V}}$ $(k=0, \ldots, n)$; ξ, θ, ν_k, ordres de ζ, τ, $\overset{(k)}{\nu}$; $d_k = t : n_k$, $\Delta_k = \theta : \nu_k$, $r_k = n_k : n_{k+1}$, $\rho_k = \nu_k : \nu_{k+1}$.

Théorème 1. — *Si* $r_{i_0} - \rho_{i_0}, r_{i_1} - \rho_{i_1}, \ldots, r_{i_{\mu-1}} - \rho_{i_{\mu-1}}$ $(0 \leqq i_0 < i_1 < \ldots < i_{\mu-1} \leqq n-1)$ *sont les seuls non nuls parmi les nombres* $r_0 - \rho_0, r_1 - \rho_1, \ldots, r_{n-1} - \rho_{n-1}$, $\bar{n} = \mu$, $\overline{\mathrm{Z}} = \text{corr. } \mathrm{Z}$, $\overline{\mathrm{T}} = \text{corr. } \mathrm{T}$, $\overset{(k)}{\overline{\mathrm{V}}} = \text{corr. } \overset{(i_{k-1}+1)}{\mathrm{V}} = \ldots = \text{corr. } \overset{(i_k)}{\mathrm{V}}(\overline{\mathrm{K}})$,

$$\bar{v}_k = \sum_{q=0}^{i_{k-1}} \frac{v_{q+1} - v_q}{\Delta_q}$$ *où l'on pose* $v_0 = \bar{v}_0 = 0$, $i_{-1} = -1$ (³).

2° *Propriétés générales de* Z, T, $\overset{(k)}{\mathrm{V}}$, v *et leur liaison avec* P.

Théorème 2. — *Si le degré de* P *est* f *et son ordre* $e = hp^m$, *où* $(h, p) = 1$, $z = ef$, $t = e = hp^m$, $n_1 = p^m$ *et tous les* n_k *sont puissances de* p, $n_k = p^{j_k}$, *donc* $r_k = p^{l_k}$, *où* $l_k = j_k - j_{k+1}$.

Théorème 3. — Z, T, $\overset{(k)}{\mathrm{V}}$ *d'un idéal* $\mathrm{P}^{\star}$ *sont isomorphes à ceux de tout autre idéal* $\mathrm{P}^{\star\prime}$ *de* $\mathrm{K}^{\star}$ *divisant* P.

z, t, n_k, d_k, r_k, v_k *ne dépendent que de* P *et non de* $\mathrm{P}^{\star}$.

Conséquence. — v_k sera appelé $k^{\text{ième}}$ nombre de ramification de P, au lieu d'être appelé $k^{\text{ième}}$ nombre de ramification de $\mathrm{P}^{\star}$ dans K.

Théorème 4. — *Si* σ *n'appartient pas à* Z, σP *est premier à* $\mathrm{P}^{\star}$.

(¹) [A, B] désigne l'*intersection* des ensembles A et B.

(²) J'appelle *ordre* le nombre d'éléments d'un ensemble, qu'il soit groupe ou non.

(³) Dans le cas où K et $\overline{\mathrm{K}}$ sont de Galois, la question a été résolue, en principe, par Herbrand. Voir J. Herbrand, *Journ. de Math. pures et appl.*, 96, 1931, p. 481-498.

THÉORÈME 5. — *Les* v_k *ont leurs dénominateurs premiers à* p. *Si* K *appartient à* g *dans* $K^\star$, $\tau^\star = [g, T^\star]$, $\nu^\star = [g, V^\star]$, *il faut et il suffit, pour que tous les* v_k *soient entiers, que* $\tau^\star$ *fasse partie d'une suite de Jordan de* $T^\star$, *et cela a sûrement lieu si* $\tau^\star = \nu^\star$.

THÉORÈME 6. — *Si* $\varphi_k = v_k n_{k-1}$, E *désigne l'ordre absolu de* P, $\varphi_k \leqq E p/p - 1$. *Cette inégalité devient égalité si* $v_k \equiv 0 \pmod{p}$ et alors $l_{k-1} = 1$ [1].

3° *Congruences et inégalités dans le corps correspondant à l'existence des sous-corps.*

THÉORÈME 8 :

$$\sum_{i_{k-2}+1}^{i_{k-1}} \frac{\Delta_{i_{k-1}}}{\Delta_q}(v_{q+1} - v_q) \equiv 0 \left(\bmod \frac{\Delta_{i_{k-1}}}{\Delta_0}\right);$$

en particulier, si $\rho_k < r_k$ pour tout $k = 0, \ldots, n-1$,

$$v_{k+1} \equiv v_k (\bmod \rho_0 \rho_1 \ldots \rho_{k-1}).$$

THÉORÈME 9 :

$$\varphi_{i_{k-1}+1} + \frac{\rho_{i_{k-1}-1} - 1}{r_{i_{k-1}-1}} \varphi_{i_{k-1}} + \frac{\rho_{i_{k-1}-2} - 1}{r_{i_{k-1}-2}} \frac{\rho_{i_{k-1}-1}}{r_{i_{k-1}-1}} \varphi_{i_{k-1}-1} + \ldots + \frac{\rho_0 - 1}{r_0} \frac{\rho_1}{r_1} \ldots \frac{\rho_{i_{k-1}-1}}{r_{i_{k-1}-1}} \varphi_1 \leqq \varepsilon \frac{p}{p-1}.$$

En particulier, il en résulte

$$\varphi_{i_{k-1}+2} + \varphi_{i_{k-1}+3} + \ldots + \varphi_{i_k+1} \leqq \varepsilon \left(\frac{p}{p-1}\right)^2.$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur l'application du calcul des probabilités à la théorie du trafic téléphonique.* Note de M. ÉMILE VAULOT, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Supposons qu'une ligne téléphonique ait à écouler des conversations telles que la probabilité pour que chacune d'elles ait une durée supérieure à t soit e^{-t}, e étant la base des logarithmes népériens. La durée moyenne d'une communication est 1 et la probabilité pour qu'une communication d'âge t en cours à la date t se termine entre la date considérée t et la date infiniment voisine $t + dt$ est dt.

---

[1] Ce théorème a été démontré dans le cas où K est de Galois par rapport à χ, par Öysbein ore Kag. Ö. ore (*Math. Annalen*, **102**, 1930, p. 283-304). Il a démontré, de plus, que si $p \mid v_k$, V est cyclique.

Dans un grand nombre de cas de la pratique, il existe une fonction $f(t)$ non croissante, égale à 1 pour $t=0$ et à 0 pour $t=\infty$, qui représente la probabilité pour qu'il ne se soit produit aucun appel dans un intervalle de temps t quelconque. Nous supposons que cette fonction a des dérivées.

$-f'(t)\,dt$ est la probabilité pour qu'il se produise un appel entre les dates t et $t+dt$, et qu'il ne s'en soit produit aucun entre les dates 0 et t.

$f'(t)/f'(0)$ est la probabilité pour qu'il ne se soit produit aucun appel dans la durée t qui suit immédiatement la production d'un appel.

$-f''(t)\,dt/f'(0)$ est la probabilité pour que, en prenant pour origine des temps l'instant où se produit un appel, le premier appel suivant se produit entre les dates t et $t+dt$.

$f''(t)$ est toujours positif au nul.

Si une même ligne reçoit deux trafics indépendants entre eux correspondant respectivement aux fonctions $f_1(t)$ et $f_2(t)$, le trafic résultant correspondra à la fonction $f_1(t)\,f_2(t)$.

Le trafic total reçu par une ligne (nombre moyen d'appels reçus par unité de temps) est $-f'(0)$.

Supposons qu'une première ligne reçoive un trafic caractérisé par la fonction $f(t)$, que toute communication qui se présente devant cette ligne soit traitée par elle si la ligne est inoccupée au moment où l'appel se produit, et que le trafic restant se présente devant une seconde ligne. Ce trafic restant sera constitué par des appels qui, par unité de temps, seront en moyenne au nombre de

$$\int_0^\infty f''(t)\,e^{-t}\,dt,$$

et caractérisé par une fonction $g(t)$ que l'on peut déterminer de la façon suivante.

Introduisons la fonction

$$\varphi(t)=\frac{-f''(t)\,e^{-t}}{f'(0)}.$$

La fonction

$$\gamma(t)=\frac{-g''(t)\,e^{-t}}{g'(0)}$$

est la solution de l'équation de Volterra de deuxième espèce,

$$\gamma(t)=e^{-t}\varphi(t)+\int_0^t(1-e^{-t+u})\,\varphi(t-u)\,\gamma(u)\,du.$$

Dans les cas de la pratique, $\varphi(t)$ est de la forme

$$\varphi(t)=\Sigma A_\lambda\,e^{-a_\lambda t}$$

les quantités a étant positives ou à partie réelle positive. Si l'on décompose la fraction rationnelle

$$\frac{\sum \frac{A_\lambda}{z + a_\lambda + 1}}{1 - \sum \frac{A_\lambda}{(z + a_\lambda)(z + a_\lambda + 1)}}$$

en éléments simples de la forme $B_\mu / z + b_\mu$ on aura

$$\gamma(t) = \Sigma B_\mu e^{-b_\mu t}.$$

Supposons en particulier qu'un trafic reçu par un groupe de lignes soit de pur hasard à raison de y appels par unité de temps : il sera caractérisé par les fonctions

$$f_1(t) = e^{-yt}; \qquad \varphi_1(t) = y\, e^{-(y+1)t}.$$

Le trafic reçu par la seconde ligne sera caractérisé par la fonction

$$\varphi_2(t) = B_1 e^{-b_1 t} + B_2 e^{-b_2 t},$$

b_1 et b_2 étant les valeurs de x qui annulent le polynome

$$h_2(x, y) = (x - 1)(x - 2) - 2(x - 1)y + y^2,$$

B_1 et B_2 étant donnés par

$$B_1 = \frac{y(y + 1 - b_1)}{b_2 - b_1}, \qquad B_2 = \frac{y(-y - 1 + b_2)}{b_2 - b_1}.$$

Pour définir le trafic reçu par la ligne d'ordre i, considérons les polynomes en x et y

$$h_i(x, y) = (x - 1)(x - 2)\ldots(x - i) - \binom{i}{1}(x - 1)(x - 2)\ldots(x - i + 1)y$$
$$+ \binom{i}{2}(x - 1)(x - 2)\ldots(x - i + 2)y^2 + \ldots + (-1)^i y^i.$$

Ces polynomes ont les propriétés suivantes :

$$\frac{\partial h_i(x, y)}{\partial y} = -i\, h_{i-1}(x, y),$$

$$h_i(x, y) = -y\, h_{i-1}(x, y) + (x - 1)\, h_{i-1}(x - 1, y),$$

$$-y \begin{vmatrix} h_i(x, y) & h_{i-1}(x, y) \\ h_i(x - 1, y) & h_{i-1}(x - 1, y) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_{i+1}(x, y) & h_i(x, y) \\ h_i(x - 1, y) & h_{i-1}(x - 1, y) \end{vmatrix}.$$

Pour une même valeur donnée de y, toutes les racines de $h_i(x, y) = 0$ sont réelles, plus grandes que 1 et séparées par celles de $h_{i-1}(x, y) = 0$.

On déduit facilement de ces propriétés que le trafic reçu par la ligne

d'ordre i correspond à la fonction

$$\varphi_i(t) = \Sigma D_\lambda e^{-d_\lambda t},$$

les quantités d_λ étant les valeurs de x qui annulent $h_i(x, y) = 0$, les coefficients D_λ étant donnés par

$$D_\lambda = \frac{y\, h_{i-1}(d_\lambda, y)}{\dfrac{\partial h_i(d_\lambda, y)}{\partial x}}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination du type d'une surface riemannienne simplement connexe.* Note [1] de M. **P. J. Myrberg**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Soit $z = f(\zeta)$ une fonction analytique de $\zeta = \xi + i\eta$, régulière et univalente dans le demi-plan $\eta > 0$ et prenant la même succession de valeurs sur l'axe réel positif que sur l'axe réel négatif. Le domaine transformé D dans le plan z sera alors limité par une ligne qui, ou bien converge vers l'infini (cas parabolique), ou bien a comme limite une ligne fermée, qui peut être identifiée à la circonférence $|z| = 1$ (cas hyperbolique). On peut de la manière suivante trouver une condition suffisante pour que le premier de ces cas se présente.

Soit H_ρ un demi-cercle limité par deux points réels conjugués, ρ son rayon et a son centre. En vertu de l'inégalité de Schwarz, on aura pour $\rho \geqq \rho_0 > 0$:

$$(1)\quad 0 < c_0 < \left(\int_{H_\rho} |f'(\zeta)\, d\zeta|\right)^2 \leqq \int_{H_\rho} |f'(\zeta)|^2 |1 - a' \cos\alpha|\, |d\zeta| \int_{H_\rho} \frac{|d\zeta|}{|1 - a' \cos\alpha|},$$

où $\zeta = a + \rho e^{i\alpha}$ et $a' = da/d\rho$. La dernière intégrale étant plus petite que $\pi\rho/1 - |a'|$, on aura

$$\frac{c_0}{\pi} \frac{1 - |a'|}{\rho} < \int_{H_\rho} |f'(\zeta)|^2 |1 - a' \cos\alpha|\, |d\zeta|,$$

d'où il résulte, en intégrant,

$$\frac{c_0}{\pi} \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{1 - |a'|}{\rho}\, d\rho < \int_{\eta > 0} |f'(\zeta)|^2\, d\Lambda.$$

---

(1) Séance du 20 mai 1935.

où $dA = |1 - a' \cos\alpha| |d\zeta| d\rho$ est un élément superficiel du plan ζ. Le second membre, qui représente l'aire de D, étant fini dans le cas hyperbolique, on aura ce théorème :

Si

$$\overline{\lim_{\rho \to \infty}} \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{1 - |\alpha'|}{\rho} d\rho = \infty, \tag{2}$$

on aura certainement le cas parabolique.

Notre théorème conserve sa validité si l'on remplace le demi-plan $\eta > 0$ par un domaine limité par deux lignes partant d'un point vers l'infini et satisfaisant à certaines conditions très générales.

2. Soit maintenant Γ un groupe fuchsoïde de genre zéro provenant de l'uniformisation d'une surface riemannienne simplement connexe F. Il est toujours possible de choisir comme domaine fondamental B de Γ un polygone dont le contour se compose d'un nombre infini de demi-cercles

$$\ldots, \quad K_{-2}, \quad K_{-1}, \quad K_1, \quad K_2, \quad \ldots \tag{3}$$

conjugués deux à deux, K_{-n} et K_n. Pour $n \to \infty$ les cercles (3) convergent respectivement vers deux points, qui se confondent toujours dans le cas parabolique. Traçons maintenant, par des points conjugués situés respectivement sur K_{-n} et K_n, des demi-cercles orthogonaux par rapport à l'axe réel, en remplaçant les parties situées à l'intérieur de $K_{\pm n}$ par des droites verticales. Il est aisé de voir que notre théorème fondamental sera encore applicable, d'où il résulte qu'on aura certainement le cas parabolique si l'asymétrie de B par rapport à l'axe imaginaire I ne dépasse pas une certaine limite. Pour trouver cette limite, nous nous bornerons au cas remarquable où les points de ramification de F se trouvent au-dessus d'un nombre fini de points e_ν ($\nu = 1, 2, \ldots, m$). Dans ce cas, le groupe Γ est sous-groupe d'un groupe fuchsien Γ_0 dont la fonction polymorphe possède les points e_ν comme points critiques logarithmiques. Prenons par exemple le cas le plus simple $m = 3$,

$$e_1 = 0, \qquad e_2 = 1, \qquad e_3 = \infty,$$

où Γ_0 est identique au groupe modulaire. Supposons de plus que le domaine fondamental B se compose d'une infinité des polygones de Γ_0 et que, par conséquent, les demi-cercles (3) appartiennent tous au réseau R de Γ_0. Pour caractériser l'asymétrie de B par rapport à I, nous introduisons, pour chaque indice n, le nombre entier p_n indiquant le plus petit nombre de cercles de R coupés par une ligne joignant le cercle K_{-n} au

cercle $\overline{K}_n$, image symétrique de K_n par rapport à I. Soit de plus q_n le nombre des cercles de R situés entre le cercle K_{-n} et le cercle unité de R entourant celui-ci. En se servant de certaines propriétés élémentaires des substitutions linéaires, on aura l'inégalité

$$\frac{1}{1-|a'|} < q_n^2 p_n^{q_n-1}.$$

En vertu de (2), on en conclut ce théorème :

Si l'inégalité

$$q_n^2 p_n^{q_n-1} < b \log n \qquad (b = \text{const.}) \tag{4}$$

est vérifiée quel que soit l'entier n, on aura le cas parabolique.

Nous avons ainsi trouvé une catégorie générale de surface riemanniennes simplement connexes, avec un point singulier logarithmique et une infinité de points de ramification algébriques, appartenant au cas parabolique. En réalité, nos considérations s'appliquent à des cas plus généraux. Elles conduisent aussi à une méthode nouvelle pour la représentation analytique des fonctions automorphes appartenant à certains groupes fuchsoïdes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale générale de certaines équations différentielles considérée comme fonction des constantes d'intégration.* Note de M. **Pierre Boos**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Étant donné une équation différentielle du second ordre

$$y'' = F(y', y, x), \tag{1}$$

où F est holomorphe pour $y' = 0$, $y = 0$, $x = x_0$ et $F(0, 0, x)$ non identiquement nul, nous définissons par les conditions $y = 0$, $y' = d$ pour $x = x_0$ l'intégrale générale désignée par $y(x - x_0, x_0, d)$; l'équation $y(V, x_0, d) = 0$ définit une fonction implicite $V(x_0, d)$ que nous avons étudiée dans le cas où l'équation (1) est celle des géodésiques d'une surface [1]. Sans faire aucune hypothèse autre que celles ci-dessus sur la fonction F, nous nous sommes proposé, par analogie, de chercher des conditions au moins suffi-

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1623 et 2271.

santes pour que l'intégrale de (1) ait l'une des formes

$$\text{(A)} \qquad y = f(x - x_0, x_0)\,\mathrm{H}(x - x_0, d),$$

$$\text{(B)} \qquad y = f(x - x_0)\,\mathrm{H}\left[\frac{x - x_0}{k(x_0)}, dh(x_0)\right];$$

les fonctions inconnues f, H, h, k étant analytiques.

2. Nous utilisons le changement de variable indiqué dans la première note citée et nous cherchons les conditions imposées aux premiers termes des développements inconnus; nous en déduisons une condition suffisante que nous démontrons être nécessaire. Nous obtenons ainsi le résultat suivant : *Pour que l'intégrale puisse se mettre sous la forme* (A), *il faut et il suffit que* F *soit indépendant de* x. Alors l'intégrale ne dépend que de $x - x_0$ et de d. Il en résulte que l'équation différentielle, à laquelle satisfont des fonctions $y = f(x - a, a)\,g(x - a, b)$ telles que y soit nul et y' égal à b pour $x = a$, ne peut être une équation du type (1) où F serait holomorphe et $\mathrm{F}(0, 0, x)$ non identiquement nul, sauf si les y dépendent seulement de $x - a$ et de b.

3. Pour étudier la forme (B), nous écrivons f sous la forme du produit de $(x - x_0)^{n+2}$ par une fonction égale à 1 pour $x = x_0$ et nous cherchons les solutions en fonction du paramètre n. *Si n n'est pas nul, il faut et il suffit que* F *soit de la forme*

$$(x - \alpha)^n\,\mathrm{G}\left[\frac{y'}{(x - \alpha)^{n+1}}, \frac{y}{(x - \alpha)^{n+2}}\right]$$

(solution que nous appelons générale) *ou que* $\mathrm{F} = 2e^{r(x-\beta)} + 2ry' - r^2 y$ (solution que nous appelons exceptionnelle) (α, β, r arbitraires; $\alpha \neq x_0$, $r \neq 0$). Dans le cas de la solution générale on a

$$y = (x - x_0)^{n+2}\,\mathrm{H}\left[\frac{x - x_0}{x_0 - \alpha}, \frac{d}{(x_0 - \alpha)^{n+1}}\right].$$

Les courbes intégrales correspondant à une valeur x_0 quelconque se déduisent de celles correspondant à une valeur x_1 particulière (x_0 et $x_1 \neq \alpha$) par des transformations géométriques simples dépendant de n [comprenant l'homothétie ($n = -1$) et, ($n = -2$), l'affinité bien connue qui fait correspondre un cercle et une ellipse par dilatation des abscisses]. Notons que l'étude de la solution exceptionnelle est plus délicate que celle de la solution générale.

4. Si on choisit n nul, on trouve la solution générale et une solution exceptionnelle dans laquelle F se réduit à une constante. Il ne nous a pas

été possible d'achever l'étude de ce cas, mais il semble qu'il n'existe pas d'autre solution.

5. Les recherches résumées ci-dessus peuvent être facilement étendues aux équations (2) $y''' = F(y'', y', y, x)$, où F est holomorphe pour $y'' = 0$, $y' = 0$, $y = 0$, $x = x_0$ et $F(0, 0, 0, x)$ non identiquement nul. Nous cherchons ici les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'intégrale générale définie par $y = 0$, $y' = d$, $y'' = c$ pour $x = x_0$ puisse se mettre sous l'une des formes suivantes :

$$(A') \qquad y = f(x - x_0, x_0)\,H(x - x_0, d, c),$$

$$(B') \qquad y = f(x - x_0)\,H\left[\frac{x - x_0}{k(x_0)}, d\,g(x_0), c\,h(x_0)\right],$$

en utilisant le changement de variable et fonction $c = 2\lambda^2$, $d = \mu\lambda^4$, $x = \lambda X + x_0$, $y = \lambda^3 Y$ nous avons montré que :

Il faut et il suffit que F *soit indépendant de* x *pour que l'intégrale puisse se mettre sous la forme* (A').

Il faut et il suffit que F *soit de la forme*

$$(x - \alpha)^{n-1}\,G\left[\frac{y''}{(x - \alpha)^n}, \frac{y'}{(x - \alpha)^{n+1}}, \frac{y}{(x - \alpha)^{n+2}}\right],$$

pour que l'intégrale puisse se mettre sous la forme (B'). Il n'y a ici qu'une solution exceptionnelle; F se réduit alors à une constante, et l'on a $n = 1$. Dans le cas général (α et n arbitraires) l'intégrale est de la forme

$$(x - x_0)^{n+2}\,H\left[\frac{x - x_0}{x_0 - \alpha}, \frac{d}{(x_0 - \alpha)^{n+1}}, \frac{c}{(x_0 - \alpha)^n}\right].$$

et les courbes intégrales se déduisent de celles correspondant à une valeur particulière de $x_0 (\neq \alpha)$ par les mêmes transformations que ci-dessus (§ 3). Il faut remarquer que *l'étude complète du problème dans le cas des équations* (2) *est plus facile que dans le cas des équations* (1).

6. Il nous est possible d'abaisser l'ordre des équations trouvées comme on pouvait le prévoir puisque l'on connaît la forme de l'intégrale générale. En particulier les équations classiques du second ordre homogènes par rapport à x ou par rapport à x et y sont des cas particuliers correspondant à $n = -2$ ou $n = -1$ avec $\alpha = 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Un nouveau critère de normalité pour les familles de fonctions holomorphes.* Note de M. **Carlo Miranda.**

Dans cette Note, je me propose de faire connaître le théorème suivant :

Toute famille de fonctions holomorphes dans un domaine D, *où elles ne prennent pas la valeur* a *et où leurs dérivées* $k^{\text{ièmes}}$ *ne prennent pas la valeur* $b \neq 0$, *est normale dans ce domaine.*

On montre aisément qu'il suffit de démontrer le théorème dans le cas où le domaine D est le cercle $|x| < 1$. Dans ce cas, la démonstration du théorème repose sur le fait suivant :

Si

$$f_1(x), \quad f_2(x), \quad \ldots, \quad f_n(x), \quad \ldots$$

est une suite extraite de la famille, qui ne contient aucune suite partielle uniformément convergente, pour chaque nombre positif $r < 1$, on peut trouver un nombre positif $L(r)$, tel que l'on ait

$$(1) \qquad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \overset{+}{\log} |f_n(re^{i\theta})|\, d\theta \leqq L(r).$$

Puisque la formule (1), en vertu d'un théorème de M. P. Montel [1], entraîne, contre l'hypothèse, que la suite des $f_n(x)$ est normale, il s'ensuit nécessairement que toute suite de fonctions extraite de la famille contient au moins une suite uniformément convergente et la famille est donc normale.

La démonstration de la formule (1), dont j'exposerai les détails dans un prochain Mémoire est de caractère élémentaire. Elle est valable même dans le cas où $k = 0$, c'est-à-dire que notre théorème contient comme cas particulier le critère de normalité suivant, dû à M. P. Montel.

Toute famille de fonctions holomorphes dans un domaine D, *où elles ne prennent ni la valeur* a *ni valeur* b *est normale dans ce domaine.*

Si $k > 0$, le théorème est vrai même si $a = b$. Dans le cas où le domaine D est le cercle unité, un théorème analogue avait été démontré par M. F. Bureau [2], mais en introduisant des hypothèses supplémentaires sur les valeurs des fonctions de la famille et de leurs dérivées à l'origine, ce qui l'empêchait de passer du cas du cercle-unité à celui d'un domaine quelconque.

---

(1) *Leçons sur les familles normales de fonctions analytiques*, Paris, 1927, p. 44.

(2) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1350 et *Mémoires de la Soc. R. des Sc. de Liège*, 3e série, **17**, 1932, p. 1-52.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la sommation de la série ultrasphérique par la méthode des moyennes arithmétiques.* Note de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Émile Borel.

Désignons par $P_n^{(\lambda)}(x)$ les polynomes ultrasphériques, définis par le développement

$$\text{(1)} \qquad \frac{1}{(1-2xz+z^2)^{\lambda}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n^{(\lambda)}(x) z^n \qquad (\lambda > 0).$$

La série ultrasphérique de la fonction $f(\theta, \varphi)$, définie pour $0 \leqq \theta \leqq \pi$, $0 \leqq \varphi \leqq 2\pi$, est la suivante :

$$\text{(2)} \qquad f(\theta, \varphi) \sim \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (n+\lambda) \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} [\sin^2\theta' \sin^2(\varphi - \varphi')]^{\lambda - \frac{1}{2}} \times f(\theta', \varphi') P_n^{(\lambda)}(\cos\gamma) \sin\theta' \, d\theta' \, d\varphi',$$

où γ est la distance sphérique des points (θ, φ) et (θ', φ'),

$$\cos\gamma = \cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos(\varphi - \varphi').$$

La série de Laplace est le cas particulier de la série (2) pour $\lambda = 1/2$.

La sommation de la série (2) par les moyennes arithmétiques a été étudiée par M. Kogbetliantz [1], qui a généralisé les résultats obtenus pour la série de Laplace.

Dans cette Note nous donnons des théorèmes nouveaux, qui correspondent aux théorèmes démontrés pour les séries de Fourier.

Désignons par $f(t)$ la fonction

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}+\lambda\right)}{2\pi\Gamma(\lambda)} \int_{\gamma=t} [\sin^2\theta' \sin^2(\varphi - \varphi')]^{\lambda - \frac{1}{2}} f(\theta', \varphi') \, ds' - A \sin^{2\lambda}\gamma,$$

où l'intégrale est prise sur une circonférence C de centre (θ, φ) et de rayon sphérique égal à t; ds' est l'élément d'arc de la circonférence C. Désignons encore par $\psi_p(x)$ $(p \geqq 0)$, la fonction

$$\psi_p(x) = p x^{-p} \int_0^x (x-t)^{p-1} f(t) \, dt \qquad (p > 0),$$

$$\psi_0(x) = f(x).$$

---

(1) *Journal de Mathématiques*, 3, 1924, p. 107-187.

I. *Si, pour un* $p \geqq 0$, *on a*

$$\int_0^t |\psi_p(\tau)|\, d\tau = o(t^{1+2\lambda}) \qquad (t \to 0),$$

la série (2) *sera sommable* (C, k) *pour chaque* $k > p + \lambda$, *avec la somme* A.

II. *Si, pour un* $p \geqq 0$, *on a*

$$\int_0^t |\psi_p(\tau)|\, d\tau = O(t^{1+2\lambda}), \qquad \psi_{p+1}(t) = o(t^{2\lambda}) \qquad (t \to 0),$$

la série (2) *sera sommable* (C, k) *pour chaque* $k > p + \lambda$ *avec la somme* A.

Si $k < 2\lambda$, on suppose que la fonction

$$\left(\cos\frac{\gamma}{2}\right)^{a-2\lambda} f(\theta', \varphi')\,[\sin^2\theta' \sin^2(\varphi - \varphi')]^{\lambda - \frac{1}{2}}$$

soit absolument intégrable sur la sphère.

Désignons par f_n^k les moyennes de Cesàro d'ordre $k \geqq 0$ pour la série (2). Nous avons démontré le théorème suivant :

III. *Soit pour un* $p \geqq 0$, *un* α, $0 \leqq \alpha < 1$,

$$\int_0^t |\psi_p(\tau)|\, d\tau = O(t^{1+2\lambda+\alpha}) \qquad (t \to 0)$$

Alors pour f_n^k *on a* $(p + \lambda + 1 \geqq k \geqq p + \lambda + \alpha)$,

$$f_n^k - A = O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \qquad \text{si} \quad k > p + \lambda + \alpha,$$

$$f_n^k - A = O\left(\frac{\log n}{n^\alpha}\right) \qquad \text{si} \quad k = p + \lambda + \alpha.$$

Si $k < 2\lambda + \alpha$ on ajoute la condition que la fonction

$$\left(\cos\frac{\gamma}{2}\right)^{k-2\lambda-\alpha} f(\theta', \varphi')\,[\sin^2\theta' \sin^2(\varphi - \varphi')]^{\lambda - \frac{1}{2}}$$

soit absolument intégrable sur la sphère.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une généralisation du théorème de Schottky.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

L'étude du comportement d'une fonction holomorphe et de ses dérivées dans le voisinage de certains points, que j'avais faite pour les fonctions holomorphes dans un cercle et à croissance assez rapide et qui fut poursuivie

par M. A. Bloch ([1]), permet de répondre assez complètement à une question posée par M. Montel ([2]); il suffit d'employer la méthode directe que j'avais utilisée dans le second des Mémoires cités pour établir les théorèmes de Picard et de Borel.

1. Le théorème de Bloch peut être énoncé sous la forme complète suivante ([3]) :

I. *Il existe des constantes positives* α, β, γ, γ', δ, γ_p, δ_p, *jouissant des propriétés suivantes.* $f(z)$ *étant holomorphe pour* $|z|<1$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$, *et* $M(r,f)=\max.\ |f(z)|$ *pour* $|z|<r<1$, *on peut trouver un* r *vérifiant les conditions* $\alpha<r<1$, $M(r,f)>\beta$, *et un domaine* D *contenu dans le cercle* $|z|<r$, *tels que :*

1° *La fonction* $f(z)$ *univalente dans* D *représente* D *sur la couronne coupée*

$$\frac{1}{4}M(r,f)<|Z|<\frac{1}{2}M(r,f),\qquad |\arg Z|<\pi. \tag{1}$$

2° *On a dans* D

$$\frac{1}{2}<\left|\frac{f'(z)}{Hf(z)}\right|<2,\qquad \gamma'<H<\gamma[\log M(r,f)+1]^{\delta}, \tag{2}$$

H *étant une constante dépendant de* $f(z)$ *et* D.

3° *Si* $1<q\leqq p$, *on a dans* D

$$|f^{(q)}(z)|<\gamma_p M(r,f)[1+\log M(r,f)]^{\delta_p}. \tag{3}$$

2. Considérons par exemple deux nombres a et b non nuls tous deux et $f(z)$ holomorphe pour $|z|<1$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$ et cherchons à résoudre l'équation

$$\lambda e^{\mu f(z)}=a+b\mu f'(z)\qquad (\lambda \text{ et } \mu \text{ constants}), \tag{4}$$

lorsque z est dans D. En écrivant (4) sous la forme

$$\mu f(z)=\log[a+bf'(z)\mu]-\log\lambda+2i\pi\nu,$$

en supposant $1/A<|\lambda|<A$ et tenant compte de (1) et (2), le théorème de Rouché fournit au moins $(m+1)$ racines de (4) pourvu que $|\mu|M(r,f)$

([1]) Valiron, *Annales École normale*, 3e série, **38**, 1920, p. 219-253; **39**, 1921, p. 389-429; Bloch, *Annales Fac. Sc. Toulouse*, 3e série, **17**, 1925, p. 1-22.

([2]) *Enseignement math.*, **33**, 1934, p. 11.

([3]) Bloch, *Mémorial des Sc. math.*, **20**, 1926, notamment p. 25; Valiron, *Mathematica*, **4**, 1930, p. 81-108.

dépasse un nombre de la forme $(1+\log A)\Omega(|a|, |b|, m)$. Il s'ensuit que $|\mu f(z)|$ est borné par le nombre précédent dans le cercle $|z| < \alpha$ si (4) a au plus m racines dans $|z| < 1$. On peut ensuite [1] trouver une borne de $|\mu f(z)|$ dans les cercles de rayon $\alpha(1-\alpha)$ dont le module des centres est α, etc.

En procédant de même, compte tenu de (3), on a le théorème suivant :

II. *Si* $F(z)$ *est holomorphe pour* $|z| < 1$, *ne s'annule pas dans ce cercle, si l'équation*

$$a_0 F(z) + a_1 F'(z) + \ldots + a_q F^{(q)}(z) = 1, \tag{5}$$

où les a_j *sont* $q+1$ *nombres donnés, non tous nuls, n'y a que m racines au plus et si*

$$\frac{1}{A} < |F(o)| < A \qquad (A \geqq 1),$$

on a

$$\left|\arg \frac{F(z)}{F(o)}\right| + \left|\log|F(z)|\right| < (1+\log A)\Theta(|a_0|, |a_1|, \ldots, |a_q|, |z|, m), \tag{6}$$

la fonction Θ *ne dépendant que des variables qui y figurent.*

On passe de II à un énoncé analogue à la forme classique du théorème de Schottky en observant que, si $|F(o)| < 1$, on peut appliquer II à partir de la frontière du domaine contenant l'origine et dans lequel $|F(z)| < 1$. En outre, la forme (6) montre que, si $M(r_0, F) > \varepsilon$, $r_0 \neq o$, $|F(o)|$ est supérieur à une fonction de ε et de r_0, les $F(z)$ tendent uniformément vers o pour $|z| < \rho < 1$ si les $F(o)$ tendent vers o. On voit de même directement que $|F(z)|$ converge uniformément vers l'infini pour $|z| < \rho < 1$ si $|F(o)|$ tend vers l'infini.

Il découle de là que les $F(z)$ holomorphes dans un domaine, qui ne s'y annulent pas, et telles que (5) n'y a que m racines au plus, y forment une famille normale, ce qui contient un résultat donné récemment par M. Miranda dans une conférence à la Société mathématique [2].

3. On peut dans des conditions assez larges remplacer l'expression linéaire du premier membre de (5) par un polynome en $F, F', \ldots, F^{(q)}$.

Ceci permet de traiter le cas des fonctions méromorphes et d'établir que :

III. *Si les* $F(z)$ *sont méromorphes dans un domaine, n'y prennent pas deux*

---

[1] Ce processus serait superflu si le seul but était la recherche de critères de normalité.

[2] Séance du 22 mai 1935, voir aussi *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1823.

valeurs distinctes a, b *et si l'équation* (5) *n'y a que* m *solutions au plus, les* a_j *n'étant pas tous nuls, et* $(1-aa_0)(1-ba_0)\neq 0$ *si* $a_1=a_2=\ldots=a_q=0$, *la famille* $F(z)$ *est normale dans* D.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les correspondances multiformes monotones.* Note de M. **Eugène Blanc**, présentée par M. Élie Cartan.

1. J'ai défini [1] divers modes de continuité et de semi-continuité pouvant régir des correspondances multiformes dont l'argument est un élément x d'un espace métrique et compact $\mathcal{M}$ et la « fonction » un ensemble fermé $\gamma(x)$ d'éléments prélevés sur un autre ensemble métrique et compact $\mathcal{G}$. Dans la présente Note je supposerai que l'espace argument est homéomorphe à l'ensemble des nombres réels et par conséquent ordonné. On pourra alors définir en chaque point de $\mathcal{M}$ des continuités et semi-continuités unilatérales au moyen d'ensembles $\mathcal{A}_G$, $\mathcal{A}_D$, $\mathcal{L}_G$, $\mathcal{L}_D$ analogues aux ensembles $\mathcal{A}$ et $\mathcal{L}$ de ma Note citée. On aura d'ailleurs les relations

$$\mathcal{A}=\mathcal{A}_G\dotplus\mathcal{A}_D,$$
$$\mathcal{L}=\mathcal{L}_G\,.\,\mathcal{L}_D,$$

où les signes $\dotplus$ et . indiquent respectivement la réunion et l'intersection de deux ensembles.

Si l'inégalité $x<x'$ entraîne constamment $\gamma(x)\subseteqq\gamma(x')$ ou constamment $\gamma(x)\supseteqq\gamma(x')$, nous dirons que la correspondance est monotone, non décroissante ou non croissante suivant le cas. Nous prendrons pour fixer les idées une correspondance non décroissante. On verra aisément qu'au point x

$$\mathcal{A}_G=\mathcal{L}_G\subseteqq\gamma(x)\subseteqq\mathcal{A}_D=\mathcal{L}_D,$$

et, par conséquent,

$$\mathcal{L}\subseteqq\gamma\subseteqq\mathcal{A},$$

Une telle correspondance possède donc à droite la $\underline{\text{S. C. I.}}$ complète, à gauche la $\overline{\text{S. C. I.}}$ complète, et bilatéralement les deux S. C. I. restreintes. On aura en outre continuité totale gauche, droite ou bilatérale suivant que l'on aura

$$\gamma=\mathcal{A}_G=\mathcal{L}_G,$$
$$\gamma=\mathcal{A}_D=\mathcal{L}_D$$

---

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1769-1771.

ou simultanément

$$\gamma = \mathcal{A}_G = \mathcal{L}_G = \mathcal{A}_D = \mathcal{L}_D.$$

II. Étant donné dans $\mathcal{G}$ un ensemble E, désignons par E_α l'ensemble réunion des sphères ouvertes de rayon α centrées sur les points de l'ensemble. La fermeture $\overline{E}_\alpha$ de E_α est, au sens défini plus haut, une fonction multiforme croissante de l'argument α. La fonction inverse de cette fonction est une fonction continue, (cela résulte des propriétés de continuité de la distance de Fréchet). Il en résulte que pour $\overline{E}_\alpha$, la $\overline{\text{S. C. I.}}$ complète bilatérale ([1]) vient s'ajouter aux propriétés trouvées plus haut pour toute fonction multiforme croissante. Cette fonction sera donc totalement continue à droite, mais rien ne dit qu'elle sera aussi totalement continue à gauche. Dans le cas général c'est le contraire qui a lieu.

La condition nécessaire et suffisante pour que $\overline{E}_\alpha$ soit aussi totalement continue à gauche et, par conséquent, totalement continue bilatéralement, est que la métrique de $\mathcal{G}$ satisfasse à la condition de régularité indiquée dans une précédente note (condition de quasi-convexité locale) ([2]).

III. D'autres exemples de fonctions multiformes croissantes d'argument ρ sont fournis par les ensembles I^ρ, S^ρ, $\mathcal{I}^\rho$, $\mathcal{S}^\rho$ [respectivement : plus petite et plus grande limite, limite topologique inférieure, limite topologique supérieure de la suite d'ensembles $\{(E_n)_\rho\}$ obtenue en faisant la construction de Cantor-Minkowski avec le rayon ρ sur les ensembles de la suite $\{E_n\}$]. J'énoncerai sans démonstration les résultats suivants : $\overline{I}_\rho$ *est continue à gauche*, $\mathcal{I}_\rho$ *est continue à droite*, $\overline{S}_\rho$ *et* $\mathcal{S}_\rho$ *sont confondues et bilatéralement continues à condition que la métrique satisfasse à la condition de quasi-convexité locale.*

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur une forme de l'équation du photon.* Note ([3]) de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'équation du photon a été écrite par M. Louis de Broglie ([4]) sous la forme

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left[A_1\frac{\partial}{\partial x} + A_2\frac{\partial}{\partial y} + A_3\frac{\partial}{\partial z} + \frac{2\pi i}{h}(2\mu_0)cA_4\right]\Phi, \qquad (1)$$

([1]) Kuratowski, *Fund. Math.*, 18, 1932, p. 155.

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1646.

([3]) Séance du 20 mai 1935.

([4]) *Une nouvelle conception de la lumière*, Paris, 1934.

où les matrices

$$(A_p)_{ik,lm} = \frac{1}{2}\left[(\alpha_p)_{il}\delta_{km} + (\overline{\alpha_p})_{km}\delta_{il}\right] \qquad \left[\overline{\alpha_p} = (-1)^{p+1}\alpha_p\right]$$

satisfont aux relations

$$(2) \qquad A_p A_q A_r + A_r A_q A_p = A_p \delta_{qr}, \qquad (A_p)^3 = A_p \qquad (p = 1, 2, 3, 4).$$

En vertu de l'étude des problèmes où interviennent des grandeurs d'univers, il semble intéressant de donner à l'équation (1) une forme possédant la symétrie relativiste. Cette forme ne peut s'obtenir par la fusion directe des équations de von Neumann, du corpuscule et de l'anticorpuscule, car, ainsi qu'on le constate facilement, l'équation obtenue n'admettrait plus la solution d'annihilation $\Phi^0_{ik} = \delta_{ik}$. On obtient, au contraire, une équation convenable en multipliant à gauche l'équation (1) par $i\Gamma_0$, où $(\Gamma_0)_{ik,lm}$ est la matrice $(\alpha_4)_{il}(\alpha_4)_{km}$.

En posant alors

$$ict = x^0, \qquad \alpha_4 = \gamma_0, \qquad i\alpha_4\alpha_1 = \gamma_1, \qquad i\alpha_4\alpha_2 = \gamma_2, \qquad i\alpha_4\alpha_3 = \gamma_3, \qquad \alpha_4^2 = 1 = \gamma_4,$$

on obtient l'équation

$$(3) \qquad \left[\Gamma_0\frac{\partial}{\partial x^0} + \Gamma_1\frac{\partial}{\partial x} + \Gamma_2\frac{\partial}{\partial y} + \Gamma_3\frac{\partial}{\partial z} - \frac{2\pi}{h}(2\mu_0)c\Gamma_4\right]\Phi,$$

où

$$(\Gamma_0)_{ik,lm} = \frac{1}{2}[(\gamma_0)_{il}(\gamma_0)_{km} + (\gamma_0)_{km}(\gamma_0)_{il}], \qquad (\Gamma_1)_{ik,lm} = \frac{1}{2}[(\gamma_1)_{il}(\gamma_0)_{km} + (\gamma_1)_{km}(\gamma_0)_{il}],$$

$$(\Gamma_2)_{ik,lm} = \frac{1}{2}[(\gamma_2)_{il}(\gamma_0)_{km} - (\gamma_2)_{km}(\gamma_0)_{il}], \qquad (\Gamma_3)_{ik,lm} = \frac{1}{2}[(\gamma_3)_{il}(\gamma_0)_{km} + (\gamma_3)_{km}(\gamma_0)_{il}],$$

$$(\Gamma_0)_{ik,lm} = \frac{1}{2}[(\gamma_4)_{il}(\gamma_0)_{km} - (\gamma_4)_{km}(\gamma_0)_{il}] = \frac{1}{2}[\delta_{il}(\alpha_4)_{km} - (\alpha_4)_{il}\delta_{km}] = -(A_4)_{ik,lm}.$$

Les matrices Γ sont hermitiques et la forme de Γ_4 montre que l'équation (3) admet encore la solution Φ^0_{ik}.

Les matrices Γ satisfont également aux relations (2).

En effet, les matrices A_p et Γ_0 sont liées par les relations

$$\Gamma_0^2 = 1, \qquad \Gamma_0 A_4 = A_4\Gamma_0, \qquad \Gamma_0 A_p + A_p\Gamma_0 = 0 \qquad (p = 1, 2, 3)$$

qui, en multipliant les relations (2) par $i(\Gamma_0)^3$ donnent

$$\Gamma_p\Gamma_q\Gamma_r + \Gamma_r\Gamma_q\Gamma_p = \Gamma_p\delta_{qr}, \qquad (\Gamma_p)^3 = \Gamma_p \qquad (p = 1, 2, 3, 4).$$

L'équation (3) permet d'exprimer le quadrivecteur densité-courant sous la forme symétrique $C_\mu = c/2i\Phi^*(\Gamma_4\Gamma_\mu + \Gamma_\mu\Gamma_4)\Phi\,(\mu = 0, 1, 2, 3)$.

Pour $\mu = 0$, on retrouve la densité composante de temps

$$\Phi^*(\Gamma_4\Gamma_0 + \Gamma_0\Gamma_4)\Phi = \Phi^*(A_4)\Phi.$$

Dans le cas d'une onde plane monochromatique dirigée suivant l'axe OZ et en utilisant les expressions des fonctions d'ondes Φ données par M. Louis de Broglie (¹) l'on trouve la densité de valeur moyenne.

$$\rho u_z = -\frac{c}{2}\Phi^*(A_4A_3 + A_3A_4)\Phi = -\frac{c}{2}\cdot\frac{4p}{\Delta}\left[\frac{p^2}{\Delta^2} - 1\right][|C_1|^2 + |C_2|^2 + 2|C_0|^2],$$

or

$$\rho = \sum_{ij}\Phi_{ij}A_4\Phi_{ij} = \left[1 - \frac{p^4}{\Delta^4}\right][|C_1|^2 + |C_2|^2 + 2|C_0|^2],$$

d'où

$$\rho u_z = \frac{c}{2}\cdot\frac{4p}{\Delta}\cdot\frac{\rho\Delta^2}{\Delta^2 + p^2} = \rho\,\frac{pc^2}{W}.$$

L'on retrouve donc bien la forme classique $u_z = pc^2/W$ de la vitesse d'un corpuscule.

L'invariant

$$(2\mu_0)\Sigma\,\Phi^*_{ij}(\Gamma_0)\Phi_{ij} = (2\mu_0)\Sigma\,\Phi^*_{ij}(\alpha_4)_{il}(\alpha_4)_{jm}\Phi_{lm}$$

semble jouer un rôle correspondant à celui de l'invariant Ω_1 de la théorie de Dirac et caractériser la masse propre du photon, ce qui se confirme par le fait que Γ_0 est une matrice diagonale ne présentant que les valeurs ± 1 dont la densité de valeur moyenne dans le cas de l'onde plane s'écrit

$$(2\mu_0)\Phi^*_{ij}(\Gamma_0)\Phi_{ij} = \rho(2\mu_0)\frac{(2\mu_0)c^2}{W},$$

analogue à l'expression classique.

L'on peut également introduire directement les grandeurs de champs au moyen de l'équation (3).

Pour cela, on définit un opérateur vecteur quadripotentiel, et un opérateur tenseur antisymétrique champ électromagnétique, sous la forme

$$\vec{\mathcal{A}} = -K\vec{\Gamma}, \qquad \mathcal{F}_{\mu\nu} = -K\,\mathrm{Rot}\,\vec{\Gamma},$$

d'où les grandeurs électromagnétiques

$$A_\mu = \sum_{ik}\Phi^0_{ik}\mathcal{A}_\mu\Phi_{ik} = -K\sum_{ik}\Phi^0_{ik}\Gamma_\mu\Phi_{ik},$$

$$f_{\mu\nu} = \sum_{ik}\Phi^0_{ik}\,\mathrm{Rot}\,\vec{\mathcal{A}}\,\Phi_{ik} = -K\sum\Phi^0_{ik}\left(\frac{\partial\Gamma_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial\Gamma_\mu}{\partial x^\nu}\right)\Phi_{ik}.$$

(¹) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1165.

En utilisant les expressions des matrices Γ l'on obtient

$$A_\mu = -K(\gamma_0\gamma_\mu)_{em}\Phi_{em}, \qquad f_{\mu\nu} = K\frac{2\pi}{h}(2\mu_0)c(\gamma_0\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_4)_{lm}\Phi_{em}.$$

Dans une représentation au moyen des matrices α l'on retrouve les champs de M. Louis de Broglie.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la validité des solutions du problème des sillages.* Note de M. **Julien Kravtchenko**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons établi ([1]) certains théorèmes de validité concernant les solutions du problème des sillages, construites à partir des formules de M. Villat. Le courant fluide était supposé enfermé dans un canal à bords rectilignes ou limité par une seule paroi plane; la fonction arbitraire $\Phi(s)$ ([2]), caractérisant l'obstacle, était assujettie à vérifier l'inégalité

$$|\Phi(s)| \leqq \pi, \tag{1}$$

[nous rappelons que $\Phi(s)$ désigne l'angle de la tangente à l'obstacle avec la direction du courant à l'infini].

Dans le présent travail nous ferons les mêmes hypothèses; nous complèterons d'abord le théorème II énoncé dans la note précitée en généralisant une proposition de M. C. Jacob ([3]), valable dans le cas symétrique. Ensuite nous ferons connaître une condition suffisante de validité.

I. Considérons un courant fluide enfermé dans un canal à parois planes. *La vitesse va en croissant le long de chacune de celles-ci depuis le point à l'infini en amont jusqu'au point à l'infini en aval.*

Dans le cas du fluide limité par une seule paroi plane on peut affirmer que *le long d'elle le sens des variations de la vitesse ne change qu'une fois.*

Nous avons établi ces propositions en suivant la marche même de M. C. Jacob et en tenant compte du théorème I de notre première Note.

II. Les résultats que nous avons rappelés permettent de réduire l'étude de la valadité à la vérification de la première condition de M. M. Brillouin ([4])

([1]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 208.

([2]) Nous supposons évidemment que $\Phi(s)$ satisfait à la condition d'uniformité de M. Villat.

([3]) *Thèse* (sous presse).

([4]) *Annales de Physique et de Chimie*, 23, 1911, p. 145.

le long de l'obstacle. En reprenant les notations classiques cette condition s'écrira, d'après M. Villat [1]

$$(2) \quad \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^\pi [\Phi(s)-\Phi(\varepsilon)]\left[\zeta\frac{\omega_1}{\pi}(\varepsilon-s)+\zeta\frac{\omega_1}{\pi}(\varepsilon+s)\right]ds+\frac{2\eta_1\omega_1}{\pi^2}\varepsilon\Phi(\varepsilon)<0.$$

Nous appelons, suivant l'usage, $\tau(\varepsilon)$ le premier membre de cette inégalité. Construisons, d'autre part, le sillage en fluide indéfini à partir de la même fonction $\Phi(s)$; la vitesse, le long du nouvel obstacle, sera donnée par la formule bien connue de M. Villat [2]

$$(3) \qquad \tau_1(\varepsilon)=\frac{\sin s}{\pi}\int_0^\pi\frac{\Phi(s)-\Phi(\varepsilon)}{\cos s-\cos\varepsilon}ds.$$

Ceci posé, on a le théorème suivant :

La différence

$$\tau(\varepsilon)-\tau_1(\varepsilon)$$

est négative.

La démonstration repose sur l'emploi d'un artifice utilisé par M. J. Leray [3].

Corollaire. — *Une condition suffisante pour que l'inégalité* (2) *soit satisfaite par une fonction arbitraire assujettie à vérifier l'inégalité* (1) *et la condition de M. Villat,*

$$\int_0^\pi\Phi(s)\,ds=0,$$

est que cette fonction vérifie l'inégalité

$$\tau_1(\varepsilon)<0,$$

$\tau_1(\varepsilon)$ étant la fonction définie par l'expression (3).

Ce corollaire entraîne les conséquences suivantes. Les profils que M. Villat a fait connaître dans son Mémoire [4] fourniront en fluide limité par une ou deux parois planes des obstacles le long desquels les vitesses seront acceptables. Le théorème III de notre première Note apparaît alors comme un cas particulier de la proposition que nous venons d'énoncer.

---

(1) Cf. Villat, *Annales de l'École Normale*, **29**, 1912, p. 127.

(2) *Aperçus théoriques sur la résistance des fluides*, p. 9.

(3) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1282.

(4) *Journal de Mathématiques*, 6e série, **10**, 1914, p. 231.

PHYSIQUE. — *Utilisations diverses de la suspension bifilaire.* Note de M. F. **Charron**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Considérons une petite barre horizontale pesante FF', suspendue à deux fils verticaux égaux et parallèles AF, A'F'. Les fils sont soudés en A et A' à deux têtes mobiles auxquelles nous imposons à partir de l'état d'équilibre précédent, une rotation θ_0 dans le même sens. Le système se déforme et le rectangle primitif AFA'F' devient un quadrilatère gauche. La barre FF' tourne d'un angle θ du sens de θ_0 en même temps qu'elle se soulève un peu.

Il s'établit un nouvel état d'équilibre dans lequel toute force verticale Z, ajoutée algébriquement au poids Mg de la barre, modifie l'angle θ, dont la valeur permet ainsi la mesure de Z.

Soit l la longueur commune des deux fils, C leur couple de torsion par unité de longueur et par unité d'angle, $2b$ la distance des têtes mobiles égale à la longueur de la barre (b est supposé petit devant l).

On trouve alors comme relation d'équilibre entre Z et θ :

$$(Mg + Z)\, b^2 \sin\theta = 2C(\theta_0 - \theta), \tag{1}$$

laquelle donne, après différentiation,

$$d\theta = -\frac{b^2 \sin\theta \, dZ}{2C + (Mg + Z)\, b^2 \cos\theta}.$$

Il semble avantageux de se placer au voisinage de $\theta = \pi/2$. La formule devient remarquablement simple :

$$d\theta = -\frac{b^2}{2C}\, dZ,$$

L'étude de la stabilité montre que le coefficient C doit satisfaire à certaines conditions pour que cette position d'équilibre soit stable.

Sous cette forme l'appareil peut être très commode pour la mesure de petites forces verticales. Il peut servir de microbalance. Je l'ai utilisé comme électromètre absolu plan-sphère en remplaçant la barre par une sphère suspendue en deux points au-dessus d'un plan. L'attraction plan-sphère fut théoriquement étudiée par MM. Guillet et Aubert [1]. Elle varie très rapidement avec la distance plan-sphère. Un des avantages de la

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 9e série, **9**, 1918, p. 58.

disposition précédente est dû au fait que des variations notables de θ n'ont qu'une répercussion insignifiante sur cette distance.

Si l'angle θ est voisin de $\pi/2$, la déviation varie linéairement avec la force, mais comme celle-ci est proportionnelle au carré de la différence de potentiel plan-sphère, la déviation varie plus vite que cette différence de potentiel.

On peut alors utiliser la relation (1) dans des conditions différentes de $\theta = \pi/2$ et trouver des intervalles dans lesquels Z^2 est approximativement proportionnel à la déviation $\Delta\theta$ à partir de l'état d'équilibre correspondant à $Z = 0$. Ainsi j'ai relevé expérimentalement les valeurs suivantes de Z, exprimées en grammes-poids, en fonction de la déviation $\Delta\theta$ à partir de $Z = 0$, exprimée en degrés

$\Delta\theta$	0	7	15	20	24
Z	0	4	16	36	64

Dans cet intervalle, on peut constituer un électromètre idiostatique dans lequel il y a proportionnalité approximative entre la différence de potentiel et la déviation.

Toutefois, au cours de la réalisation d'un électromètre de cette nature, on se heurte à plusieurs difficultés.

D'abord la question de l'amortissement, qui se trouve résolue, si l'ensemble plan-sphère est baigné par un diélectrique liquide, est ardue, si le système est plongé dans l'air. On peut amortir les oscillations tournantes d'une manière suffisante, soit en enfermant une certaine quantité de liquide de viscosité convenable à l'intérieur de la sphère, soit en y plongeant une tige verticale prolongée par un diaphragme circulaire fixe ; la sphère porte deux ailettes intérieures, quand elle oscille, il se produit un transvasement d'air assurant un freinage efficace.

Une seconde difficulté vient de la répulsion qu'exercent entre eux les fils au même potentiel, répulsion dont l'effet seul pourrait servir de base à la construction d'un nouvel électromètre. Mais si l'on a en vue l'utilisation exclusive de l'attraction plan-sphère, il convient de loger chaque fil de suspension à l'intérieur d'un petit cylindre.

PHYSIQUE INSTRUMENTALE. — *Sur la principale cause d'infériorité des niveaux à bulles comparés aux bains liquides.* Note [1] de M. L. **Dunoyer**, présentée par M. Charles Fabry.

Si l'on souffle pendant deux ou trois secondes sur l'extrémité de la bulle d'un niveau sensible, on constate que celle-ci se déplace rapidement dans le sens de l'extrémité froide vers l'extrémité légèrement chauffée par l'haleine. Cet échauffement est évidemment très petit, et il est certain que, dans l'emploi normal des niveaux, des déplacements accidentels de la bulle beaucoup plus grands que la plus petite inclinaison théoriquement mesurable peuvent être produits, soit par des courants d'air, soit par éclairement inégal des deux extrémités de la bulle. Je me suis proposé d'étudier d'une manière précise la cause de ces déplacements.

Le problème peut être ramené à un problème plan en supposant que la fiole est de diamètre infini. Je considère donc une bulle formée sous la surface d'un cylindre indéfini de rayon de courbure égal à celui de la méridienne supérieure de la fiole (celle sous laquelle se déplacent les extrémités de la bulle). Si l'on appelle φ l'inclinaison sur l'horizontale de la tangente au profil de la surface libre du liquide, et si l'on prend comme axe des y la verticale passant par le point de raccordement, la théorie classique fournit pour la surface libre les équations

$$x = -\sqrt{A'_0}\left[\log\operatorname{tang}\frac{\varphi}{4} + 2\cos\frac{\varphi}{2} - \log\operatorname{tang}\frac{\varphi_0}{4} - 2\cos\frac{\varphi_0}{2}\right], \tag{1}$$

$$y = 2\sqrt{A'_0}\sin\frac{\varphi}{2}, \tag{2}$$

dans le cas où le coefficient de Laplace A'_0 est partout le même, φ_0 étant l'angle de raccordement.

Ces formules montrent que la surface libre n'est rigoureusement horizontale qu'à l'infini. Mais le calcul numérique de la première montre aussi que son inclinaison tend vers zéro avec une extrême rapidité. A une distance de raccordement égale à 10 fois la hauteur de la bulle, c'est-à-dire à une distance d'une vingtaine de millimètres, l'inclinaison de la surface libre est déjà inférieure à 0",01. Cela fixe le diamètre minimum qu'on peut donner à un bain liquide pour déterminer la verticale.

---

[1] Séance du 20 mai 1935.

Dans le cas où le coefficient de Laplace A' n'est pas constant, l'intégration exacte de l'équation indéfinie de la surface libre, qui conduit aux équations (1) et (2) quand A' est constant, ne peut s'effectuer que par approximation.

Si l'on appelle A'_1 le coefficient de Laplace au raccordement, la hauteur y_1 soulevée entre le plan horizontal tangent inférieurement (à l'infini) et le raccordement est donnée, lorsque le liquide mouille, par la formule

$$(3) \qquad \frac{y_1^2}{2} = 2A'_1 - \frac{2}{3}\sqrt{A'_1}\left(\frac{dA'}{dq}\right)_1$$

en appelant q la distance au raccordement du point où le coefficient de Laplace est A'. Si, à l'autre extrémité de la bulle supposée suffisamment longue, le coefficient de Laplace est affecté de l'indice 0, la hauteur de liquide soulevée sera de même donnée par

$$(4) \qquad \frac{y_0^2}{2} = 2A'_0 - \frac{2}{3}\sqrt{A'_0}\left(\frac{dA'}{dq}\right)_0.$$

Supposons donc que l'on échauffe localement la paroi du niveau au voisinage de l'extrémité 1. La surface libre au milieu de la bulle (suffisamment longue) reste horizontale. Mais la bulle doit se déplacer de manière que la hauteur soulevée à une extrémité soit y_1 et y_0 à l'autre. Son déplacement angulaire sera donné par

$$\theta = \frac{y_0 - y_1}{l},$$

l étant sa longueur ou, d'après (3) et (4),

$$(5) \quad \theta = \frac{1}{l}\left[2\frac{A'_0 - A'_1}{\sqrt{A'_0}+\sqrt{A'_1}} + \frac{2}{3}\frac{\sqrt{A'_1}}{\sqrt{A'_0}+\sqrt{A'_1}}\left(\frac{dA'}{dq}\right)_1 - \frac{2}{3}\frac{\sqrt{A'_0}}{\sqrt{A'_0}+\sqrt{A'_1}}\left(\frac{dA'}{dq}\right)_0\right],$$

le troisième terme disparaissant quand la température est uniforme à l'extrémité 0.

Des expériences qui seront décrites ailleurs confirment les valeurs numériques que l'on peut calculer d'après la formule (5). Pour une bulle de 10^{cm} de longueur, le déplacement angulaire est d'environ 1″ pour une différence de température de 0°,1 entre les raccordements. Comme le coefficient de température de la tension superficielle, et par suite du coefficient de Laplace, varie peu d'un liquide à l'autre, le déplacement dépend également peu du liquide de remplissage.

La formule (5) montre aussi que ce n'est pas la différence des tempé-

ratures aux extrémités de la bulle qui joue seule un rôle; les termes dépendant du gradient de la température peuvent au contraire devenir prépondérants, surtout lors d'un échauffement instantané ou momentané de la paroi. C'est ce qui explique la soudaineté des mouvements de la bulle, qui se produisent avant que l'échauffement soit notable.

Cette théorie montre que *l'infériorité du niveau à bulle sur le bain liquide vient, non pas de ce que la surface libre en son milieu est moins parfaitement horizontale, mais de ce qu'on observe, au lieu de la normale à cette surface, la droite qui joint les raccordements.* C'est malheureusement ce mode même d'observation qui fait la commodité du niveau.

ÉLECTROCHIMIE. — *Influence de la lumière sur la polarisation anodique du tungstène.* Note de M. **Jean-P.-E. Duclaux**, présentée par M. Georges Urbain.

Une anode de tungstène en contact avec une solution acide présente un phénomène de polarisation anodique, avec formation d'une couche d'oxyde à très haute résistance (plusieurs dizaines de mégohms) sur laquelle vient peut-être s'adsorber de l'oxygène.

Ce phénomène n'est pas immédiat : le courant dans le circuit décroît très rapidement avec le temps et tend vers une valeur limite très faible qui, aux erreurs d'expériences près, est indépendante de la tension appliquée (tout au moins jusqu'à la tension de claquage qui est 90 volts environ) et est de l'ordre de quelques micro-ampères à la température ordinaire.

L'étude de cette polarisation permet de représenter la variation de l'intensité I en fonction du temps t par une relation de la forme :

$$I = I_\infty + C t^{-n},$$

I_∞ étant le courant limite pour des temps très longs, C une constante dans chaque expérience, n un exposant, fonction de la nature de l'électrolyte et de la température, mais indépendant du potentiel de polarisation et de la concentration de l'électrolyte (dans nos expériences il a toujours été compris entre 0,7 et 2).

La polarisation de la lame, si l'on supprime brusquement la tension appliquée, est elle-même un phénomène fugitif : lorsque l'on ferme la cellule, à travers une grande résistance, sur un galvanomètre, le courant décroît d'abord très rapidement avec le temps, la cellule se comportant

dans cette phase comme un condensateur en décharge, puis la dépolarisation se poursuit à un régime beaucoup plus lent et l'électrode retrouve son état initial au bout d'un temps très long (pour une résistance de 5 mégohms, il est de l'ordre de plusieurs heures).

Lors de sa phase de polarisation, une électrode de tungstène polie prend une coloration qui ne semble pas être une couleur de lame mince, mais qui doit être caractéristique de l'altération superficielle. La couleur dépend de la tension appliquée : pour des tensions croissantes elle est successivement brune, bleue, jaune.

Ces faits semblent montrer qu'en dehors d'une couche d'oxygène toujours possible sur la surface de la lame, le mécanisme de la polarisation doit relever de la formation de composés d'oxydation de tungstène, de natures différentes suivant la tension appliquée.

Sur une électrode de tungstène polarisée anodiquement, dans certains électrolytes, en particulier dans des solutions concentrées de SO^4H^2, la lumière ultraviolette provoque une dépolarisation qui se traduit par une brusque augmentation du courant; l'effet produit par la lumière cesse dès que la cellule est remise à l'obscurité (une étude faite en filtrant la lumière d'une lampe à vapeur de mercure en quartz, au moyens d'écrans, a montré que le phénomène est particulièrement sensible aux raies 3650 Å).

L'augmentation du courant par la lumière est indépendante de l'intensité du courant de polarisation à l'obscurité, mais varie considérablement avec la tension appliquée : cette variation peut se représenter par la formule

$$I_1 - I_0 = K\sqrt{V - V_0}.$$

I_1 étant le courant de polarisation à la lumière, I_0 ce même courant à l'obscurité, K une constante, V le potentiel de polarisation, V_0 une constante représentant vraisemblablement une force contre-électromotrice.

L'effet produit par la lumière présente un phénomène de fatigue extrêmement accentué. Il diminue en fonction du temps et tend vers une limite qui n'est généralement atteinte qu'au bout d'un temps très long (quelques dizaines d'heures); cette limite est de l'ordre du dixième de la valeur initiale.

Cette diminution de sensibilité est accompagnée d'une modification de la couleur de l'électrode. On peut dans certains cas observer par exemple qu'une lame bleue est devenue jaune sur la face éclairée, alors que la face non éclairée a conservé sa couleur.

La vitesse de dépolarisation spontanée d'une lame, après sa mise en court-circuit sur une résistance, est considérablement augmentée quand elle est soumise à la lumière ultraviolette.

Tous ces faits conduisent à penser que le mécanisme d'action de la lumière doit relever d'un déplacement des équilibres d'oxydo réduction de l'anode, auxquels doivent participer des états d'oxydation différents du tungstène.

ÉLECTROOPTIQUE. — *Sur la biréfringence électrique de l'oxygène et de l'azote liquéfiés.* Note de M. **Robert Guillién**, présentée par M. Aimé Cotton.

Au laboratoire Kamerlingh Onnes à Leyde, j'ai mesuré à différentes températures les biréfringences électriques de l'oxygène et de l'azote liquéfiés, par la méthode de Chauvin. En adoptant pour la constante de Kerr B du sulfure de carbone à 20° la valeur [1] $3,577.10^{-7}$ C. G. S., j'ai obtenu les valeurs suivantes pour l'oxygène liquide à 97,6 pour 100 (raie verte du mercure $\lambda = 5461$ Å).

$T_{K°}$	64,05	65,7	68,17	75,07	82,95	85,45	90,15
10^9 B C. G. S	37,32	36,08	34,09	29,75	27,58	24,42	22,38

Ces valeurs sont un peu supérieures à une valeur déjà indiquée par Walch [2] $B = 20.10^{-9}$ pour une radiation d'une longueur d'onde voisine de 5200 Å pas très bien définie (filtre coloré) et une température que l'auteur n'indique pas exactement.

La théorie de l'orientation moléculaire telle qu'elle a été donnée par Langevin fait prévoir, à la température d'ébullition normale, la valeur $B = 25,5.10^{-9}$ C. G. S., alors que nous trouvons

$$B = (22,38 \pm 0,2).10^{-9} \text{ C. G. S.}$$

Pour l'azote liquide à 99,8 pour 100 j'ai obtenu les valeurs suivantes (λ 5461) :

T_k	63,29	66,17	67,5	71,59	77,40
10^9 B C. G. S	10,92	10,23	9,90	9,02	8,06

(1) Chaumont, *Ann. de Phys.*, 5, 1916, p. 31.

(2) Walch, *Arch. Néerl.*, (5A), 9, 1925, p. 175.

La même théorie de l'orientation moléculaire fait prévoir à la température d'ébullition normale $B = 15.6 . 10^{-9}$ C. G. S., alors que nous avons trouvé $B = (8,06 \pm 0,08) . 10^{-9}$ C. G. S.

Pour l'oxygène comme pour l'azote liquides les résultats expérimentaux sont bien représentés par une fonction linéaire de l'inverse de la température absolue. Ceci confirme l'absence de moment électrique permanent pour les molécules de ces deux corps.

Des résultats plus complets, en particulier pour la dispersion du phénomène avec la longueur d'onde, seront publiés et discutés ultérieurement.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la création artificielle des éléments d'une famille radioactive inconnue, lors de l'irradiation du thorium par les neutrons.* Note de Mme **Irène Curie** et MM. **Hans von Halban** Jun. et **Pierre Preiswerk**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que les corps radioactifs naturels se groupent en trois familles dont les éléments dérivent les uns des autres, soit par émission d'une particule α, soit par émission d'une particule β. Tous les radioéléments de la famille du thorium ont des poids atomiques divisibles par 4, donc de la forme $4n$, n étant un nombre entier; ceux de la famille uranium-radium ont des poids atomiques de la forme $4n+2$; ceux de la famille de l'actinium, de la forme $4n+3$. Il devrait exister une quatrième famille radioactive de poids atomique de la forme $4n+1$, mais on ne l'a pas observée jusqu'ici dans la nature.

Les éléments qui appartiennent à cette nouvelle famille doivent pouvoir être créés par irradiation du thorium au moyen des neutrons. Nous avons entrepris de les mettre en évidence.

Les expériences sont particulièrement difficiles, car, en raison de la présence inévitable de radiothorium dans le thorium, il est nécessaire de purifier quotidiennement le thorium employé pour les irradiations, afin de le débarrasser du thorium X et de ses dérivés. La source d'irradiation était en général une ampoule contenant 300 à 700 millicuries de radon mélangé à de la poudre de glucinium. On a parfois irradié avec une ampoule de radon contenant du bore.

Il existe dans le thorium irradié au moins quatre radioléments créés artificiellement, de périodes environ 1 minute, 15 minutes, 25 minutes, 3 heures et demie, émetteurs de rayons β.

Le corps de période 25 minutes se produit avec une plus grande intensité quand l'irradiation est faite en présence de paraffine; ses propriétés chimiques sont celles du thorium. On peut déterminer sa période avec une assez grande précision quand on le débarasse du corps de période 3 heures et demie en précipitant deux fois le thorium par l'eau oxygénée; nous supposons que ce corps est l'isotope du thorium de poids atomique 233 obtenu par capture du neutron dans le thorium 232. Ces résultats concordent avec ceux qui ont été obtenus par Amaldi, etc. ([1]).

Le corps de période 3 heures et demie, qui n'avait pas encore été signalé, ne présente ni les propriétés chimiques du thorium (il passe dans le filtrat quand on précipite par H^2O^2 en présence de La), ni celles du protactinium (pas d'entraînement par le phosphate de Zr en solutipn HCl concentré), du radium (en présence de La et Ba il précipite par NH^3 et ne précipite pas par HCl concentré), ou de l'uranium (il ne passe pas en solution dans le carbonate d'ammoniaque avec l'uranium, en présence de La). Il ressemble au lanthane et il y a toutes raisons de supposer que c'est un isotope de l'actinium. La détermination de sa période est peu précise car on l'obtient avec des irradiations longues pendant lesquelles le ThX et ses dérivés se reforment dans le thorium purifié, et il faut ensuite les séparer.

Le corps de période 15 minutes a aussi des propriétés chimiques semblables à celles du lanthane, différentes de celles du thorium, de l'uranium, du radium et probablement du protactinium. Ce doit être encore un isotope de l'actinium. La période n'est pas connue d'une façon précise; car dans la mesure directe des produits irradiés on est très gêné par la formation de corps de période 25 minutes, et quand on fait la séparation chimique une grande partie du corps est détruite et, de plus, on ne sépare pas le corps du période 3 heures et demie.

Sur le radioélément de période environ 1 minute, aucun essai chimique n'a encore été fait. La période est probablement 1,2 à 1,3 minute (à moins qu'il n'y ait encore un radioélément de période 2 à 4 minutes, ce qui est possible d'après les courbes de décroissance; en ce cas la première période serait plus courte).

Hahn et Meitner ([2]) signalent deux corps de périodes 1 minute et 10 à 12 minutes, dont le premier serait un corps $^{229}_{88}A$ formé par expulsion

---

([1]) E. Amaldi, O. d'Agostina, E. Fermi, B. Pontecorvo, F. Rasetti et F. Segré, *Ricerca Scientifica*, 1, 1935, p. 7.

([2]) *Naturwissenchaften*, 23, 1935, p. 320.

d'une particule α avec capture du neutron et le second, qui dériverait du premier, serait un isotope de l'actinium $^{229}_{89}A$.

Nous pensons que le radioélément de période 1 minute est en effet très probablement un isotope du radium $^{229}_{88}A$, mais il ne nous paraît pas prouvé que le corps de période 10 à 12 minutes (qui est probablement celui pour lequel nous trouvons une période voisine de 15 minutes) en dérive.

S'il existe deux corps isotopes de l'actinium, l'un doit être $^{229}_{89}A$, qui dérive de $^{229}_{88}A$, l'autre doit être $^{232}_{89}A$, formé directement par capture du neutron et expulsion d'un proton dans $^{232}_{90}Th$.

Il est difficile de prouver lequel des deux corps est $^{220}_{89}A$ ou $^{232}_{89}A$. Il est naturel de supposer que le corps le plus instable, celui de période 15 minutes, est le plus lourd $^{232}_{89}A$, mais une inversion est toujours possible.

Le corps $^{232}_{89}A$ redonne par émission d'un rayon bêta le thorium ordinaire. Au contraire les corps $^{233}_{90}A$, $^{229}_{88}A$ et $^{229}_{89}A$ ont un poids atomique de la forme $4n+1$ et ne peuvent plus redonner par émission d'un rayon bêta ou d'un rayon alpha un corps d'une des familles radioactives connues.

Puisque le corps $^{293}_{90}A$ émet des rayons bêta on peut prévoir pour la famille radioactive inconnue la succession :

$$^{237}_{92}A \xrightarrow{\alpha} {}^{233}_{90}A \xrightarrow{\beta} {}^{233}_{91}A \xrightarrow{\beta} {}^{233}_{92}A \xrightarrow{\beta} {}^{229}_{90}A \xrightarrow{\alpha} {}^{225}_{88}A \xrightarrow{\alpha} \ldots,$$

c'est-à-dire une famille radioactive de même forme que celle de l'uranium-radium, que l'on pourrait peut-être trouver en faible quantité dans la nature, et qui dériverait d'un isotope rare de l'uranium. Les corps émetteurs de rayons alpha $^{237}_{92}A$, $^{233}_{92}A$ et $^{229}_{90}A$ devraient avoir des périodes très longues.

Remarquons que les corps $^{229}_{88}A$ et $^{229}_{89}A$ n'appartiendraient pas à la famille radioactive naturelle : c'est leur dérivé $^{229}_{90}A$ (analogue à l'ionium de la famille uranium-radium) qui en ferait partie. Parmi les radioéléments artificiels que nous avons observés lors de l'irradiation du thorium, seul le corps de période 25 minutes pourrait être trouvé dans la nature.

CHIMIE DES RADIOÉLÉMENTS. — *Entraînement du protactinium par le titane.* Note [1] de Mlle **H. Zavizziano**, présentée par M. Jean Perrin.

Jusqu'ici on avait toujours employé comme entraîneurs du protactinium, soit le tantale (en Ta^2O^5), soit le zirconium (en phosphate). Sur les indications de Mme Curie, j'ai étudié l'entraînement du protactinium

(1) Séance du 20 mai 1935.

par le titane, car celui-ci entre dans des composés plus courants dans le commerce que le tantale ou le zirconium.

La réaction de précipitation utilisée a été l'hydrolyse de solutions légèrement acides de sulfate de titane. Nous avons fait les essais sur une pechblende canadienne, dont nous avions déjà établi la teneur en Pa au moyen des deux procédés cités plus haut, ainsi que celle en Ur.

Avant de procéder aux essais d'entraînement par le titane, nous avons cherché à voir comment se comportait ce dernier pendant les opérations qu'on allait lui faire subir. La seule perte sensible est celle qui a lieu lors de la précipitation de l'hydrate de titane par hydrolyse de ses solutions. Comme on se trouve en général en présence de fer, on est obligé d'effectuer l'hydrolyse en milieu suffisamment acide pour le maintenir en solution; de ce fait, la précipitation de l'hydrate de Ti est incomplète : on constate une perte de 12 pour 100 environ de TiO^2 en milieu 0,03 N. Mais comme l'hydrate de protactinium, lui, précipite complètement, même en milieu acide, il est entraîné en totalité par celui de Ti. C'est ce que nous avons pu vérifier en ajoutant du tantale à une solution dont on avait enlevé le protactinium par du titane, et en mesurant l'activité de Ta^2O^5 (obtenu aussi par hydrolyse), activité qui s'est montrée nulle.

Les autres opérations telles que : évaporation de la solution fluorhydrique en présence de SO^4H^2, entraînement des impuretés radioactives, ne comportent aucune perte, pas plus en Ti qu'en Pa.

Cela fait, nous avons procédé à l'entraînement de Pa dans le minerai. Voici le schéma général des opérations. Nous avons traité séparément chaque précipité de titane, ainsi que la silice inattaquée du minerai, pour voir comment se répartissait le protactinium.

Analyse 1.

3^g de minerai + 60^{cm^3} mélange sulfo-nitrique évaporé à sec, repris par H^2O → *Insoluble* (SiO^2) (3)

↓

Solution + sol. sulfate de Ti (100^{mg} TiO^2), étendue à 600^{cm^3} et à ébullition (hydrolyse en courant de SO^2) → *Précipité* TiO^2 (1)

↓

(A) Solution + sol. sulfate de Ti (100^{mg} TiO^2) (hydrolyse dans les mêmes conditions) → *Précipité* TiO^2 (2)

↓

(B) Solution + Ta en sol. sulfurique oxygénée (hydrolyse) → *Précipité* Ta^2O^5 *vérificateur*

Les précipités d'hydrates furent lavés avec une solution à 2 pour 100 de SO^4Am^2 et ensuite dissous dans ($FH + SO^4H^2$). Le résidu silicieux fut fondu avec SO^4KH en présence de 100^{mg} de TiO^2, repris par l'eau, hydrolysé; le précipité formé dissous dans ($FH + SO^4H^2$), et SiO^2 chassé par évaporation en FH.

Chaque préparation fut purifiée radioactivement par addition de quelques gouttes de solutions à 1 pour 100 de nitrates de Ba, Th, Bi, Pb, ensuite débarassée de FH par évaporation, reprise par H^2O et hydrolysée dans les mêmes conditions que précédemment. Les précipités calcinés, finement pulvérisés, furent étendus sur disques en couche épaisse et leurs activités respectives établies par rapport à un même disque de U^3O^8 dans un électromètre de Wulf bifilaire. Pour constater les pertes possibles en Pa au cours des purifications radioactives, les cendres des filtres ayant servi à cette fin furent fondues avec SO^4KH en présence de Ta^2O^5; celui-ci fut purifié à son tour et examiné pour son activité, qui se montra presque nulle.

Analyse II. — Afin d'avoir tout le protactinium réuni en une seule préparation, nous avons procédé à une deuxième analyse du même minerai, mais, au lieu de traiter chaque précipité à part, nous avons joint leurs solutions fluorhydriques ensemble, ainsi que la silice, que nous avons éliminée par évaporation en FH.

Résultats.

Analyse I. — Premier précipité TiO^2 : 57 % du Pa; silice : 40 % du Pa. — Deuxième précipité TiO^2 : 1,7 % du Pa; Ta vérificateur : 0,2 % du Pa.

Analyse II. — La préparation unique réunit les 98 % du Pa. Ta vérificateur : 1 %.

Conclusions. — D'après nos expériences, nous voyons que le titane constitue un entraîneur aussi bon et peut-être meilleur du protactinium que les deux autres utilisés jusqu'ici. Par son moyen, il suffit d'une seule précipitation pour rassembler la presque totalité du protactinium contenu dans une solution. Il a en outre l'avantage de se mettre plus facilement en solution acide que le tantale. Il est certain qu'une des meilleures précipitations de Pa à utiliser pour son entraînement est l'hydrolyse de ses sels, hydrolyse qui se fait très aisément même en solution acide. Comme Pa se dépose en premier, on peut utiliser cette propriété pour le concentrer, et le séparer petit à petit de son entraîneur le titane.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Grande et brusque variation de la perméabilité du palladium à l'hydrogène un peu au-dessous de* 200°C. Note [1] de MM. **Victor Lombard** et **Charles Eichner**, présentée par M. Georges Urbain.

Poursuivant nos recherches sur la variation de la perméabilité du palladium à l'hydrogène [2] avec la température, nous avons fait de nouvelles et nombreuses déterminations (600 environ) avec deux lames de $0^{mm},074$ et $0^{mm},259$ d'épaisseur, étendant le champ de nos investigations au-dessous de 250°C., ce qui n'avait jamais été fait. (Diffusion dans le vide; pression de H^2 sur la face d'entrée : 760^{mm} Hg.)

La lame de $0^{mm},074$ était en palladium commercial (Pd *d*) d'une autre origine que celles de nos déterminations précédentes (Pd *a*, *b*, *c*).

La lame de $0^{mm},259$ provenait d'un lingot affiné avec un très grand soin dans le but de nos recherches. Elle était constituée par un métal bien plus pur que toutes les autres lames utilisées antérieurement (Pd p_1). De ce point de vue l'ensemble des résultats obtenus avec elle présente un intérêt particulier.

D'une façon générale nos résultats antérieurs sur l'influence de l'état de pureté du métal et celle de la température ont été confirmés dans la zone au-dessus de 250°C., la seule explorée antérieurement.

Nous nous contenterons d'exposer nos observations au-dessous de 250°C. :

La lame de $0^{mm},074$ perdait les 9995 dix-millièmes de son pouvoir diffusant par refroidissement de 225° à 125°C.; elle les retrouvait d'ailleurs à l'échauffement bien qu'avec un léger retard; les grandes variations du pouvoir diffusant se sont produites au voisinage de 180° au refroidissement et de 190° à l'échauffement (deux variations dans les deux sens) (voir *fig.* 1, A et B).

La lame de $0^{mm},259$ s'est comportée d'une façon analogue, à cette différence près que les grandes variations du pouvoir diffusant, surtout au refroidissement, se sont produites quelques degrés plus bas, conséquence probable de l'état de pureté du métal (trois variations de la température dans les deux sens) (voir *fig.* 2).

---

[1] Séance du 20 mai 1935.

[2] *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1929; **195**, 1932, p. 322; **196**, 1933, p. 1998; **198**, 1934, p. 199; *Bull. Soc. Chim.*, **51**, 1932, p. 1462; **53**, 1933, p. 1176; **55**, 1834, p. 945 et 954.

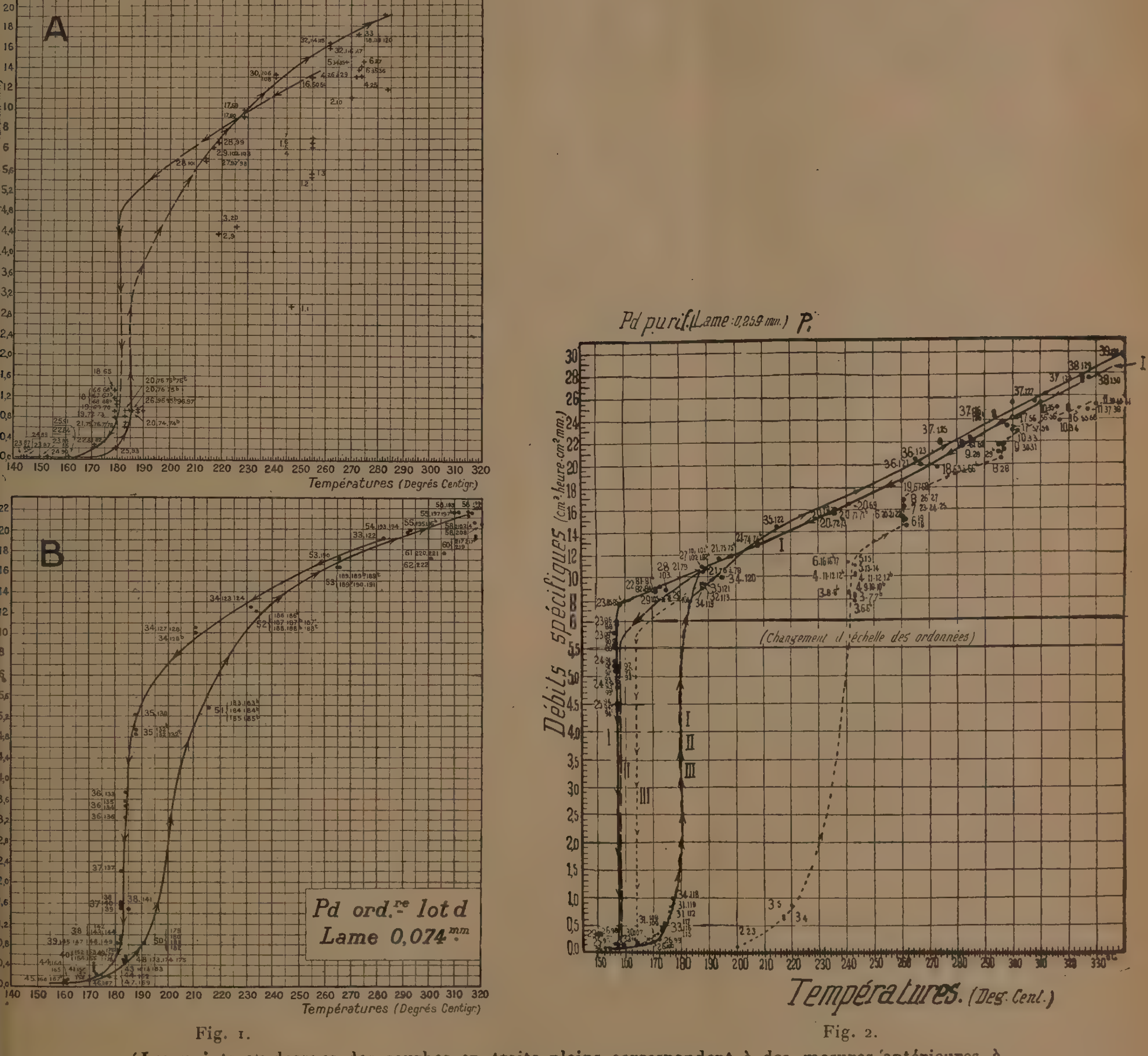


Fig. 1.

Fig. 2.

(Les points au-dessous des courbes en traits pleins correspondent à des mesures antérieures à l'établissement de l'état de régime.)

Les figures obtenues par la représentation graphique de nos résultats ont l'aspect de cycles d'hystérésis ([1]).

Interprétation. — Nous pensons qu'un peu au-dessous de 200°C. il y a, non pas changement d'état du palladium, mais changement dans la façon de se comporter de l'hydrogène vis-à-vis du métal.

PHYSICOCHIMIE. — *Étude des inégalités d'indice à l'intérieur d'un verre.* Note ([2]) de Mlle **Niuta Klein**, présentée par M. Charles Fabry.

Quand un bloc de verre est destiné à la construction d'un appareil optique, il est utile de connaître la distribution des indices dans sa masse.

L'étude de cet échantillon de verre sous l'interféromètre (par immersion pour éviter l'effet des faces) ([3]), combinée avec les mesures d'indice faites directement sur les faces, permet de décrire complètement la forme des surfaces d'égal indice à l'intérieur du verre.

On a étudié en premier lieu plusieurs plateaux d'un boro silicate-crown finement recuit (diamètre 120^{mm}, épaisseur 30^{mm}). Les résultats sont analogues pour tous ces échantillons. En regardant par le côté on trouve sous l'interféromètre pour $\lambda = 0^{\mu},546$ un nombre de franges correspondant à une différence d'indice entre les faces extrêmes de l'ordre de 3×10^{-5} à 5×10^{-5} ([4]).

Deux de ces plateaux ont été placés ensuite dans un four électrique à résistance et chauffée rapidement (en 2 heures environ) jusqu'à 600°. Après avoir maintenu cette température pendant 8 heures, on a refroidi les échantillons en provoquant un courant d'air froid dans le four (pendant 24 heures environ).

Ensuite on a repris les mesures avec ces deux plateaux.

([1]) Sur les figures chaque point représentatif est accompagné de 2 nombres : le premier indique le quantième du jour de la mesure; le second indique le numéro d'ordre de cette dernière. Les numéros d'ordre renvoient à des tableaux qui seront publiés avec le détail de nos recherches dans un autre Recueil.

([2]) Séance du 20 mai 1935.

([3]) *Compte rendu des réunions de l'Institut d'Optique*, 3, 1932, p. 101-111.

([4]) Chaque frange représente une ligne d'indice moyen pour l'épaisseur considérée. La différence d'indice entre deux points est donnée par la formule $n - n' = k\lambda/2$; (e, épaisseur observée; k, nombre de franges observées entre les deux points; λ, longueur d'onde).

La figure 1 représente l'aspect du premier sur lequel le courant d'air arrivait dans la direction de la ligne AB.

Le nombre total des franges vues sous l'interféromètre entre A et B est de 120 pour $\lambda = 0^{\mu},546$, ce qui correspond à une variation totale d'indice égale à 110×10^{-5}. Les mesures à la surface montrent que cette variation y est continue. Le phénomène conserve probablement la continuité à l'intérieur du verre. Les lignes d'égal indice ont en effet des formes voisines dans les deux cas.

Il est à signaler sur la surface l'existence des deux régions perturbées. Dans ces

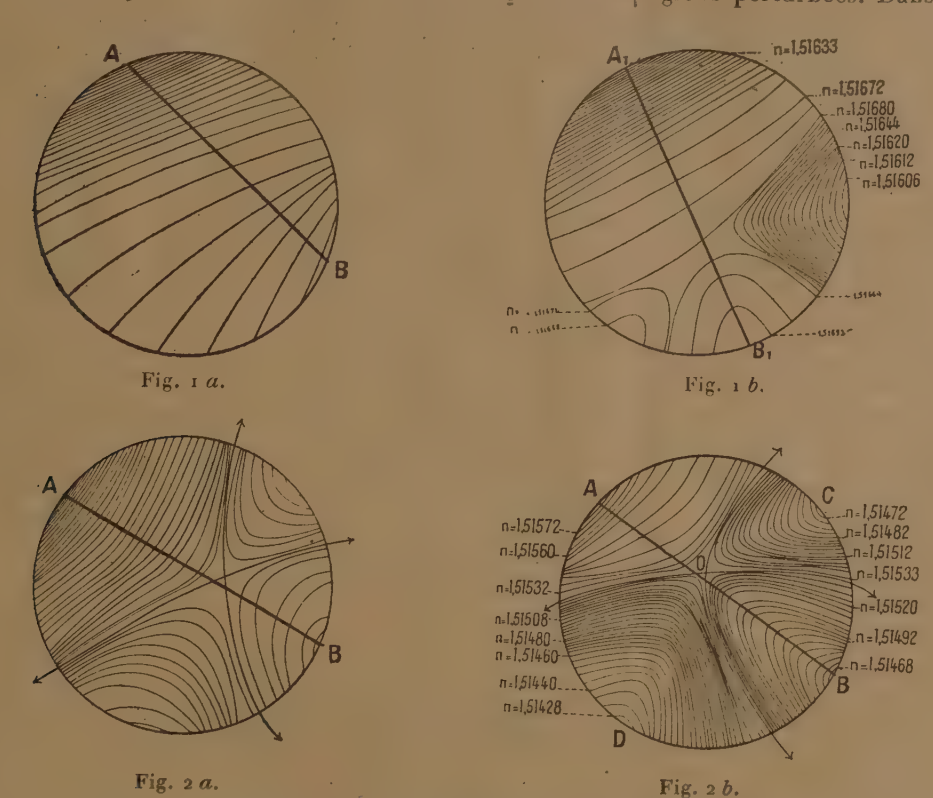


Fig. 1 *a*. Fig. 1 *b*.

Fig. 2 *a*. Fig. 2 *b*.

Pour la clarté du dessin on a représenté une frange sur quatre seulement.
Côté *a*, représente les échantillons vus sous l'interféromètre; côté *b*, les lignes d'égal indice mesuré à la surface.

régions disposées symétriquement par rapport à A_1B_1, les lignes d'égal indice affectent une forme qu'on retrouve dans toute l'épaisseur du second échantillon. La variation d'indice y est très rapide et change de sens. Elle reste cependant continue. Cette perturbation probablement purement superficielle [1] est vraisemblablement provoquée par les courants d'air déviés par l'échantillon et réfléchis sur la paroi du four.

---

[1] Sur une des faces de l'échantillon on a enlevé par polissage une mince couche de verre. La perturbation a beaucoup diminué.

Les lignes d'égal indice étant approximativement des droites parallèles, les surfaces d'égal indice sont des plans. Leur inclinaison sur la normale aux faces planes est de 30° environ, comme l'indique l'étude sous l'interféromètre. La différence d'indice entre les deux faces pour $\lambda = 0^{\mu},546$ est égale à 9×10^{-5} (mesures directes, étude sous l'interféromètre).

La figure 2 présente l'aspect du second échantillon qui dans le courant d'air se trouvait dans le sillon du premier.

Les lignes d'égal indice sont cette fois des hyperboles ayant une allure analogue à l'intérieur du verre et à sa surface. Seule la direction des asymptotes est différente dans les deux cas. Il est à remarquer que les asymptotes ont une direction fixe dans toute l'épaisseur du verre et la rotation ne se produit qu'à la surface même [1]. L'indice croît d'une manière continue entre A et B, décroît de O à C et de O à D. On trouve sous l'interféromètre, 140 franges entre A et B, donc une variation d'indice de 128×10^{-5} pour $\lambda = 0^{\mu},546$; le long des asymptotes la variation d'indice est nulle. Ces résultats sont confirmés par la mesure directe. L'étude par le côté montre des franges elliptiques. Les surfaces d'égal indice ressemblent à des hyperboloïdes à deux nappes (deux sections orthogonales sont respectivement : une hyperbole et une ellipse).

Les deux exemples cités suffisent pour illustrer l'emploi de la méthode qui a été signalée au début. Elle permet de connaître exactement les variations d'indice dans un échantillon de verre, variations qui produisent dans un instrument d'optique le même effet que les aberrations. Leur détermination d'abord, leur suppression ensuite mérite donc une étude attentive.

Ces expériences ont été effectuées avec la collaboration de M. Arnulf, en utilisant sa méthode de l'interféromètre à immersion.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode de séparation quantitative du nickel et du cobalt.* Note [2] de M. **Elie Raymond**, présentée par M. Georges Urbain.

Il existe de nombreux procédés de séparation du nickel et du cobalt [3]; la plupart de ces méthodes quoique de sensibilités très inégales, sont satisfaisantes en analyse qualitative, mais il n'en est plus de même au point de vue quantitatif.

---

(1) Une mince couche de verre étant enlevée par polissage on a repris les mesures d'indice. On a obtenu la même direction d'asymptote que par l'étude à l'interféromètre.

(2) Séance du 15 avril 1935.

(3) Wunschendorf et Mme Valier, *Bulletin de la Société chimique de France*, 5e série, 1, 1934, p. 85 et 1480; Colani, *ibid.*, 5e série, 1, 1934, p. 1479.

J'ai trouvé que la triéthylolamine $(CH^2OHCH^2)^3N$ permet une séparation facile et rigoureuse de ces deux métaux.

L'addition de quantités croissantes de triéthylolamine, à un sel de cobalt ou de nickel, précipite d'abord les hydrates métalliques ([1]), qui se redissolvent ensuite en donnant une liqueur violette dans le cas du cobalt et vert bleu avec les sels de nickel ([2]).

J'ai constaté que l'on obtient ainsi, en présence d'un excès de triéthylolamine, des solutions complexes de cobalt parfaitement stables à froid et à chaud, tandis que, dans les mêmes conditions, les solutions complexes de nickel ne sont stables qu'à froid et déposent à chaud de l'hydrate de nickel en quantité d'autant moindre que l'excès de triéthylolamine est plus grand.

L'addition d'un excès de triéthylolamine à un mélange de sels de nickel et de cobalt ne permet donc pas de séparer ces deux métaux car la précipitation du nickel est toujours incomplète.

Mais il n'en est plus de même si l'on opère en milieu fortement alcalin, en présence d'un excès de soude par exemple. A chaud le complexe de nickel est alors complètement décomposé, tandis que tout le cobalt reste en solution : l'hydrate de nickel précipite quantitativement sous une forme facile à filtrer quoiqu'il passe certainement par l'état colloïdal ; il est toutefois nécessaire de le purifier car il absorbe énergiquement les alcalis.

La solution contient le cobalt que l'on peut précipiter à l'état de sulfure par l'hydrogène sulfuré, après avoir détruit le complexe aminé par addition d'un léger excès d'acide acétique. Il faut alors transformer le sulfure en sulfate ce qui est assez long.

Il serait bien préférable de séparer le cobalt métallique par électrolyse, mais la triéthylolamine empêche le dépôt du métal, même si l'on neutralise la solution.

Ce procédé devient cependant applicable en présence d'un grand excès de sulfate d'ammonium (la triéthylolamine passe alors à l'état de sulfate) mais le dépôt métallique ne se forme que très lentement et doit être constamment surveillé, car la solution peut devenir acide (par oxydation anodique de l'ammoniaque), ce qui entraîne alors une dissolution partielle du métal déposé.

Il est possible d'éviter cette difficulté et d'obtenir rapidement (en quatre

---

([1]) FISCHER, *Wissens. Veröffentl. aus Siemens Konzern*, 4, 1925, p. 171.

([2]) JAFFE, *Ann. chimica applicata*, 22, 1932, p. 737; *Ind. Chimica*, d'après *Chimie et Industrie*, 32, 1935, p. 173 D.

heures environ) un dépôt très adhérent de cobalt : il suffit d'ajouter de l'urée à la solution neutralisée, de façon à maintenir à peu près constant le pH du milieu.

Pour séparer qualitativement le nickel et le cobalt il suffira d'ajouter au mélange un léger excès de triéthylolamine, puis un large excès de soude. L'hydrate de nickel précipite par chauffage tandis que le cobalt donne une solution violet pourpre.

Pour effectuer une séparation quantitative il faut opérer comme suit :

Le mélange de sels de nickel et de cobalt (1^{at} de métal) additionné d'un excès (10^{mol}) de solution à 20 pour 100 de triéthylolamine, puis d'un excès de soude pure (100^{mol}) est étendue (100^{l}), puis portée à l'ébullition : l'hydrate de nickel précipite quantitativement; on le lave, jusqu'à ce que le filtrat passe incolore, avec une solution de soude centinormale. Après avoir dissout l'hydrate dans l'acide sulfurique dilué, on dose le nickel par életrolyse.

Le filtrat, neutralisé par l'acide sulfurique puis additionné d'un excès d'urée (environ 150^{mol} par atome de métal), est électrolysé comme d'ordinaire : le dépôt de cobalt est terminé en quelques heures.

Il faut absolument éviter la présence du fer dans la triéthylolamine et les réactifs utilisés : en effet ce métal se comporte comme le cobalt au cours du dosage et se dépose également pendant l'électrolyse, ce qui conduit évidemment à des résultats trop élevés.

Les nombres ci-dessous indiquent la précision de la méthode :

Poids de nickel.		+	Poids de cobalt.	
Prélevé.	Obtenu.		Prélevé.	Obtenu.
0,003	0,003		0,242	0,242
0,125	0,125		0,125	0,1245
0,250	0,2495		0,005	0,005

CHIMIE MINÉRALE. — *Thermochimie des arséniates d'ammonium.* Note de M. **André de Passillé**, transmise par M. Georges Urbain.

Pour faire suite à une Note publiée en collaboration avec M. Matignon, sur la préparation et les propriétés des arséniates d'ammonium, je donne ici aujourd'hui les valeurs thermochimiques déterminées sur ces sels, au moyen du calorimètre de Berthelot.

Chaleurs de neutralisation à 15°C. — Les solutions d'acide arsénique utilisées contenaient 1/6e de AsO^4H^3 par litre. Les solutions d'ammoniaque étaient de concentrations telles qu'un volume d'acide était neutralisé par un égal volume de base. J'ai obtenu dans ces conditions

$AsO^4H^3.330\,H^2O + NH^3.330\,H^2O = AsO^4H^2.NH^4.660\,H^2O + 13,75$ Cal. K

$AsO^4H^3.330\,H^2O + 2NH^3.330\,H^2O = AsO^4H(NH^4)^2.660\,H^2O + 24,30$ »

$AsO^4H^3.330\,H^2O + 3NH^3.330\,H^2O = AsO^4(NH^4)^3.660\,H^2O + 25,10$ »

$AsO^4H^3.330\,H^2O + 6NH^3.330\,H^2O$ 25,60 »

Chaleurs de dissolution à 15°C. — Faites sur des échantillons préparés ainsi qu'il a été déjà indiqué [1] et purifiés par des cristallisations répétées, elles ont donné les résultats suivants :

$$AsO^4H^2.NH^4_{sol} + 660\,H^2O = AsO^4H^2.NH^4_{diss} \quad -4,25 \text{ Cal. K.}$$
$$AsO^4H(NH^4)^2_{sol} + 660\,H^2O = AsO^4H(NH^4)^2_{diss} \quad -3,15 \text{ »}$$
$$AsO^4(NH^4)^3_{sol} + 1500\,H^2O = AsO^4(NH^4)^3_{diss} \quad -8,4 \text{ »}$$
$$AsO^4(NH^4)^3.3H^2O_{sol} + 1200\,H^2O = AsO^4(NH^4)^3.3H^2O_{diss} \quad -13,7 \text{ »}$$

Chaleurs de formation. — Des différentes valeurs des chaleurs de neutralisation et des chaleurs de dissolution, il serait facile de déduire les chaleurs de formation si l'on connaissait la chaleur de dissolution de l'ammoniac et celle de l'acide arsénique. Cette valeur est bien connue pour l'ammoniac (+ 8,480 Cal. K) [2]; Thomsen donne pour l'acide arsénique (— 0,406 Cal. K) [3], mais il est permis de douter de l'exactitude de ce chiffre, car l'existence de l'acide AsO^4H^3 n'a pu être démontrée [4].

Kopp [5] a indiqué la préparation de cet acide, mais depuis, Joly [6] et Auger [4] ont vainement cherché à le reproduire.

J'ai cependant repris les travaux de Kopp, mais je n'ai réussi à préparer que deux hydrates bien définis $As^2O^5.4H^2O$ et $3As^2O^5.5H^2O$ dont les chaleurs de dissolution m'ont donné respectivement — 1,20 Cal. K $\left(\begin{smallmatrix}18°C\\350\,H^2O\end{smallmatrix}\right)$ et + 1,32 Cal. K $\left(\begin{smallmatrix}17°C\\500\,H^2O\end{smallmatrix}\right)$ (valeurs pour un atome d'arsenic), ce qui les identifie avec les hydrates d'Auger et ceux que Joly avait cru être $As^2O^5.4H^2O$ et $2As^2O^5.3H^2O$ et dont il avait trouvé pour chaleurs de dissolution respectives — 1,3 Cal. K $\left(\begin{smallmatrix}15°C\\300\,H^2O\end{smallmatrix}\right)$ et + 1,38 Cal. K $\left(\begin{smallmatrix}15°\\300\,H^2O\end{smallmatrix}\right)$ (valeurs pour un atome d'arsenic).

De tout ceci on peut conclure que l'existence des deux hydrates $As^2O^5.4H^2O$ et $3As^2O^5.5H^2O$ est amplement démontrée mais que l'acide orthoarsénique $As^2O^5.3H^2O$ n'a jamais été préparé.

Je crois donc préférable de donner les chaleurs de formation des arsé-

---

(1) C. Matignon et de Passillé, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 777.
(2) *International Critical Tables*, 5, p. 178-180.
(3) *Thermo U.*, 2, p. 232.
(4) *Comptes rendus*, 146, 1908, p. 586; 197, 1933, p. 1639.
(5) *Ann. de Ch. et de Phys.*, 3e série, 48, 1856, p. 106.
(6) *Comptes rendus*, 101, 1885, p. 1262.

niates d'ammonium à partir de l'anhydride arsénique dont la chaleur de dissolution (+ 6,0 Cal. K) [1] est connue.

On peut calculer ainsi :

$$1/2\,(As^2O^5_{sol} + 3\,H^2O_{liq}) + NH^3_g = AsO^4H^2.NH^4_{sol} \quad + 29,48 \text{ Cal. K}$$
$$1/2\,(As^2O^5_{sol} + 3\,H^2O_{liq}) + 2\,NH^3_g = AsO^4H(NH^4)^2_{sol} \quad + 47,41 \text{ »}$$
$$1/2\,(As^2O^5_{sol} + 3\,H^2O_{liq}) + 3\,NH^3_g = AsO^4(NH^4)^3_{sol} \quad + 61,94 \text{ »}$$
$$1/2\,(As^2O^5_{sol} + 3\,H^2O_{liq}) + 3\,NH^3_g + 3\,H^2O = AsO^4(NH^4)^3.3\,H^2O_{sol} + 67,24 \text{ »}$$

CHIMIE. — *Sur les isoamyloxyvanadylsalicylates.* Note de M. **Pierre Brauman**, transmise par M. Georges Urbain.

J'ai donné [2] une méthode générale de préparation des alcoyloxyvanadylsalicylates d'alcoyle et d'aryle du type $RO(VO)OC^6H^4CO^2R'$ où R et R' représentent des radicaux aliphatiques ou cycliques. Cette méthode consiste à faire agir CO^3Li^2 sur la solution, dans un alcool, de chlorure de vanadyle hydraté $VOCl^2$ aq. (à 50 pour 100 de $VOCl^2$), et d'un salicylate. On obtient de bons résultats avec les alcools méthylique, éthylique et propylique; il est plus difficile déjà de préparer les composés à base des divers alcools butyliques; enfin, avec l'alcool isoamylique, on n'obtient rien dans ces conditions, $VOCl^2$aq. étant trop peu soluble à froid dans ce produit, et l'eau introduite par lui provoquant l'hydrolyse de l'isoamyloxyvanadylsalicylate cherché.

On sait que l'alcool isoamylique, qui bout à 130°, peut être facilement désséché par simple distillation, l'eau étant éliminée dans les premières fractions.

La même opération, effectuée après addition de $VOCl^2$aq., permet d'obtenir des solutions, pratiquement exemptes d'eau, de $VOCl^2$ dans $C^5H^{11}OH$. Il suffit pour cela de faire bouillir le mélange jusqu'à ce que la vapeur atteigne une température de 129-130°.

Si à cette solution chaude, on ajoute CO^3Li^2 en quantité théorique, il y a départ de CO^2, la liqueur verte brunit. Il se forme probablement de l'isoamylate de vanadyle, qu'il n'a pas été possible d'isoler. Après filtration, on ajoute la quantité théorique de salicylate d'alcoyle ou d'aryle; l'isoamyloxyvandylsalicylate correspondant précipite ou cristallise après

---

(1) Thomsen, *Thermo U.*, 2, p. 232.

(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 166.

refroidissement; on le lave à l'alcool isoamylique, puis à l'éther sulfurique anhydre; on le sèche ensuite dans le vide sur de la chaux.

Les réactions sont probablement les suivantes :

$$2\,C^5H^{11}OH + VOCl^2 + CO^3Li^2 = (C^5H^{11}O)^2VO + 2\,LiCl + CO^2 + H^2O,$$
$$(C^5H^{11}O)^2VO + HOC^6H^4CO^2R = C^5H^{11}OH + C^5H^{11}O(VO)OC^6H^4CO^2R.$$

Les isoamyloxyvanadysalicylates se présentent sous la forme de cristaux allant du bleu très pâle au bleu foncé suivant leur grosseur. Ils sont solubles à chaud en brun verdâtre dans l'alcool isoamylique et en brun dans le benzène, insolubles dans l'éther.

On peut les fondre, à condition d'opérer dans le vide afin d'éviter l'action de l'oxygène de l'air et de la vapeur d'eau. Le produit fondu est noir ou brun; après refroidissement, il cristallise très lentement et reprend sa couleur primitive

Isoamyloxyvanadylsalicylate de méthyle. Bleu vif :

$$C^5H^{11}O(VO)OC^6H^4CO^2CH^3 \quad [F.\ 175^o,5\text{-}176^o,5].$$

Calculé %₀ : V, 16,72; C, 51,15; H, 5,90. Trouvé : V, 16,46; C, 50,96; H, 6,22.

Isoamyloxyvanadylsalicylate d'éthyle. Bleu vif :

$$C^5H^{11}O(VO)OC^6H^4CO^2C^2H^5 \quad [F.\ 179^o\text{-}180^o].$$

Calculé % : V, 15,99; C, 52,67; H, 6,27. Trouvé : V, 15,69; C, 52,28; H, 6,46.

Isoamyloxyvanadylsalicylate d'isoamyle. Indigo :

$$C^5H^{11}O(VO)OC^6H^4CO^2C^5H^{11} \quad [F.\ 149^o,5\text{-}151^o,5].$$

Calculé % : V, 14,12; C, 56,51; H, 7,20. Trouvé : V, 13,99; C, 56,04; H, 7,25.

Isoamyloxyvanadylsalicylate de phényle. Bleu pâle :

$$C^5H^{11}O(VO)OC^6H^4CO^2C^6H^5 \quad [F.\ 252^o\text{-}253^o].$$

Calculé % : V, 13,90; C, 58,85; H, 5,45. Trouvé : V, 13,88; C, 58,48; H, 5,66.

Isoamyloxyvanadylsalicylate de β-naphtyle. Bleu pâle :

$$C^5H^{11}O(VO)OC^6H^4CO^2C^{10}H^7 \quad [F.\ 179^o,5\text{-}180^o,5].$$

Calculé % : V, 12,23; C, 63,31; H, 5,28. Trouvé : V, 12,10; C, 63,11; H, 5,56.

Le carbone et l'hydrogène ont été dosés par microanalyse selon la méthode de Pregl; le vanadium à l'état de V^2O^5.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'hydrogénation de l'anthracène.* Note [1] de M. **Alfred Maillard**, présentée par M. Georges Urbain.

L'hydrogénation de l'anthracène a fait l'objet de nombreux travaux. Parmi les plus importants il faut citer celui de Godchot [2], puis ceux de Schröter [3] et Friess et Schilling [4], plus récents. La question n'est cependant pas complètement élucidée.

J'ai appliqué à l'anthracène la méthode d'hydrogénation à volume constant, en phase gazeuse, employée déjà dans le cas du naphtalène [5]. Les faibles tensions de vapeur de l'anthracène et de ses hydrures à la température de travail, qui est relativement basse, conduisent à opérer sur des quantités très faibles de substance et à prendre des précautions spéciales pour éviter des condensations pendant les mesures.

L'anthracène utilisé est le produit *pur Poulenc*, convenablement purifié; sa température de fusion est alors 213°,1.

Le catalyseur est le nickel supporté par de la pierre ponce granulée. L'hydrogène employé, après purification, ne renferme plus qu'un millième environ d'impuretés.

Les mesures sont faites à 20°, 160° et 180°. Voici les résultats obtenus :

1° L'anthracène fixe l'hydrogène dès la température ordinaire. Le phénomène est très lent, par suite la quantité d'hydrogène absorbée est sensiblement proportionnelle au temps.

2° A 160° (le travail à 180° et aux températures supérieures devient difficile par suite de la dissociation thermique des produits d'hydrogénation) l'hydrogénation est rapide au début. Elle devient plus lente après fixation de 2 mol/g d'hydrogène par molécule-gramme d'anthracène.

Les courbes des pressions d'équilibre, en fonction de la quantité d'hydrogène mise en présence de l'anthracène, sont formées de trois branches, comme le montre la figure.

L'intersection de la branche I et de la branche II correspond toujours à la fixation de 4 at/g d'hydrogène par molécule-gramme d'anthracène. La

(1) Séance du 20 mai 1935.

(2) *Ann. Chimie*, 8e série, 12, 1907, p. 477.

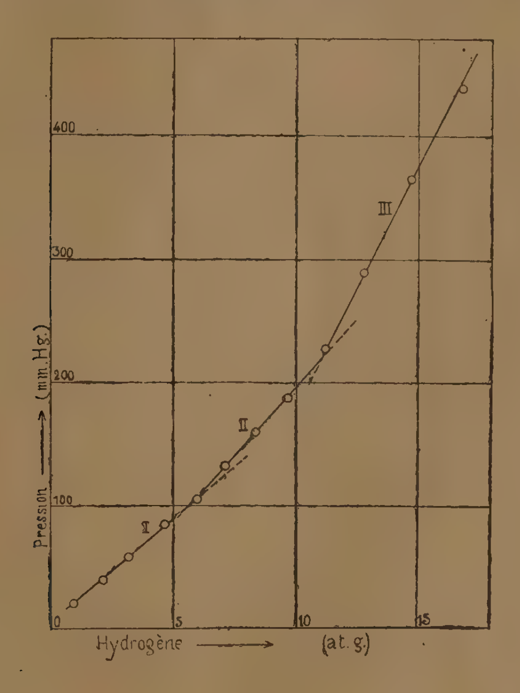
(3) *Ber. chem. Ges.*, 57, 1924, p. 2003.

(4) *Ber. chem. Ges.*, 65, 1932, p. 1494.

(5) *Ann. Off. Nat. Comb. liqu.*, 6, 1934, p. 1013; 1, 1935, p. 95.

formation d'un tétrahydrure est donc mise en évidence. Le dihydrure n'apparaît pas.

L'intersection de la branche II et de la branche III correspond approximativement à l'octohydrure. Dans la majorité des essais effectués la branche III correspond uniquement à l'accumulation d'hydrogène dans l'appareil. Dans quelques cas cependant l'hydrogénation se poursuit après fixation de 8 at/g d'hydrogène par molécule-gramme d'anthracène. Lorsqu'il en est ainsi la détermination précise de la branche III de la courbe n'est pratiquement pas possible parce que la réaction se poursuit



avec une lenteur trop grande; de plus elle est perturbée par des réactions de décomposition thermique comme le montre l'exemple suivant :

A 160° le méthane n'apparaît pas pendant l'hydrogénation avant fixation de 8 at/g d'hydrogène par molécule-gramme d'anthracène; on en trouve 8 pour 100 après fixation de 9,3 at/g.

3° Comme dans le cas des hydrures de naphtalène [1] la déshydrogénation des hydroanthracènes s'effectue sans difficultés à des températures relativement basses. Ainsi le produit obtenu par fixation sur l'anthracène de

---

[1] Maillard, *Ann. Off. Nat. Comb. liqu.*, **1**, 1935, p. 95.

moins de 4 at/g d'hydrogène se déshydrogène facilement, à 160°, en donnant directement de l'anthracène. Par contre les produits plus hydrogénés subissent, en même temps que la déshydrogénation, une décomposition thermique. Les nombres suivants, relatifs à l'extraction d'environ 1 at/g d'hydrogène, le mettent bien en évidence :

Température.	Hydrogène fixé par molécule-gramme d'anthracène.	Teneur en méthane du gaz extrait (pour 100 en volume).
160°	3,2 at/g	0
	6,8 »	17,4
180°	3,45 »	0
	6,4 »	39,5

En résumé, l'allure de l'hydrogénation de l'anthracène en présence de nickel réduit est analogue à celle du naphtalène. On observe les mêmes phénomènes dans les deux cas : hydrogénation par étapes successives, réversibilité des réactions, stabilité thermique en présence de nickel réduit d'autant plus faible que le produit est plus hydrogéné.

La méthode d'hydrogénation en phase gazeuse et à volume constant est plus difficile à employer avec l'anthracène qu'avec le naphtalène, et il me paraît intéressant de compléter ces essais par une autre méthode et avec un catalyseur plus doux que le nickel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'emploi de l'essence de craquage dans les moteurs à explosion.* Note de MM. **E. Vellinger** et **G. Radulesco**, présentée par M. Auguste Béhal.

L'emploi de l'essence de craquage dans les moteurs à explosion a soulevé une série de problèmes qui ne sont pas tous résolus. Cette essence contient une proportion importante d'hydrocarbures non saturés qui lui confèrent une forte valeur indétonante. Malheureusement ces mêmes hydrocarbures forment la partie altérable susceptible de se transformer en gomme. On a cherché à remédier à cette altération, d'une part, en faisant subir à l'essence un raffinage éliminant les constituants les plus altérables et, d'autre part, en y ajoutant des stabilisants appelés *inhibiteurs*, la plupart à base de polyphénols et d'aminophénols. Le raffinage présente le grave défaut d'éliminer les hydrocarbures non saturés particulièrement indétonants. Puisque la présence d'anti-oxygène empêche l'altération de

l'essence, il n'y a plus lieu de la débarrasser des constituants fortement indétonants, mais éventuellement générateurs de gomme.

Dans ces conditions on pouvait se demander s'il était rationnel de faire subir à l'essence de craquage un traitement semblable à celui qui est encore couramment employé et s'il ne serait pas plus avantageux de remplacer les opérations de raffinage par une simple addition d'inhibiteur (¹).

Il va de soi qu'il faut alors conduire le craquage de manière à obtenir d'emblée l'essence avec les caractéristiques de distillation de l'essence *tourisme*. Cette essence une fois désulfurée et débarrassée de ses parties trop légères serait additionnée d'une quantité d'inhibiteur suffisante pour une conservation de plusieurs mois.

Il était nécessaire de vérifier si l'essence obtenue de cette manière ne détermine pas de gommage dans le moteur. A cet effet, 400 litres d'essence de craquage ont été préparés selon les indications ci-dessus par deux raffineries françaises (Standard Franco-Américaine de Raffinage, appareil de craquage Tube and Tank et Raffinerie de Berre, appareil Cross). L'un de ces échantillons a été additionné de 0,05 pour 100 de triphénol comme inhibiteur et l'autre de 0,10 pour 100 de la fraction de goudron de bois passant entre 180° et 250° (inhibiteur Dubbs). Ils ont été brûlés dans un moteur automobile (Monaquatre Renault, 4 cylindres, 8 chevaux, modèle 1935). Comme il ne s'agissait pas d'étudier ni le rendement ni la puissance développée, mais seulement le contrôle de la formation de gomme, on s'est contenté de brûler ces 400 litres d'essence en ville et sur la route pour un parcours total de 3600^{km}. Ces échantillons étaient assez indétonants pour permettre éventuellement l'utilisation de l'avance à l'allumage maxima, quel que soit le régime du moteur.

Par ailleurs la stabilité au stockage examinée par les méthodes que nous avons préconisées dans nos précédentes Notes (²) s'est montrée excellente. En effet, ces échantillons conservés à l'obscurité dans une ampoule remplie d'oxygène et munie d'un tube manométrique permettant de suivre la variation de pression, n'ont pas encore absorbé d'oxygène après 3 mois de conservation. En outre, soumis à l'action de la lumière dans le même dispositif, ils présentent une période d'induction de 110 heures. La quantité

(¹) Voir en ce qui concerne l'essence de distillation directe reformée, Lowry, Dryer, Morrell et Egloff, *Oil et Gas J.*, 33, n° 12, 1934, p. 8.

(²) E. Vellinger et G. Radulesco, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1495, et 197, 1933, p. 417; *Ann. Off. Nat. Comb. liq.*, 5, 1934, p. 901.

de gommes dosée par la méthode du jet d'air est restée constante pendant toute la durée de conservation et inférieure à 2^{mmg} pour 100^{cm^3} d'essence. Le démontage du moteur nous a permis de constater qu'il n'y avait pas trace de gommage dans le circuit compris entre le carburateur et la chambre à explosion. Les têtes de piston ainsi que les chambres de combustion ne contenaient pas plus de calamine que lorsqu'on utilise l'essence du commerce. Quoi que cette expérience soit poursuivie avec des quantités beaucoup plus importantes de carburant, nous croyons pouvoir affirmer dès maintenant qu'il n'y a pas de gommage dans le moteur lorsqu'on utilise de l'essence traitée comme nous l'avons indiqué plus haut.

L'application de cette méthode pourrait avoir quelques conséquences heureuses. Au point de vue économique, la suppression de certaines opérations de raffinage semble avantageuse. La vente généralisée d'essence à haute valeur indétonante permettrait aux constructeurs d'automobiles d'augmenter la compression des moteurs et par voie de conséquence son rendement. Enfin, si nos essais se confirment par la suite, l'aviation pourrait utiliser sans danger de l'essence de craquage puisque le phénomène tant redouté du gommage ne se produit pas dans ces conditions.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la présence d'alcool butylique secondaire actif dans certains fusels.* Note de MM. **Georges Dupont** et **Raymond Dulou**, présentée par M. Robert Lespieau.

MM. Darmois et Peychès ayant observé que l'alcool propylique réputé pur, que l'on trouvait actuellement sur le marché français, possédait un pouvoir rotatoire non négligeable, nous avons sur leur demande cherché à en préciser la cause (1).

Une rectification très soignée, suivie d'une étude spectrographique des fractions obtenues, nous a permis de reconnaître que le pouvoir rotatoire constaté était dû à la présence d'alcool butylique actif lévogyre. La proportion de cet alcool était d'ailleurs relativement élevée, puisqu'elle dépassait 17 pour 100 dans l'échantillon étudié par nous.

Nous avons retrouvé ce constituant, bien qu'en proportion moindre,

(1) MM. Darmois et Peychès, d'après des résultats qu'ils nous ont communiqués, ont reconnu que l'effet de température et quelques autres données physiques était d'accord avec l'existence, dans le produit, d'alcool butylique secondaire.

dans un échantillon d'alcool propylique de fermentation fourni par les usines de Melle.

Neuberg et Nord ont montré ([1]) qu'en ajoutant à un liquide sucré en voie de fermentation alcoolique, de la méthyléthylcétone, celle-ci se trouve réduite à l'état d'alcool butylique actif, mais la production directe de cet alcool, au cours de la fermentation alcoolique, n'avait point, à notre connaissance, été signalée.

Ce qu'on sait sur la carboligase, d'après les travaux de Neuberg, permet de penser que l'origine de l'alcool butylique doit être cherchée dans une condensation de 2^{mol} d'acétaldéhyde suivie d'une réduction.

L'alcool propylique du commerce étudié par nous, avait une rotation sur 10^{cm}, de $\alpha_D^{18^\circ} = -1^\circ 50$. Nous avons soumis un échantillon de 2^k à une double rectification méthodique à l'aide d'une colonne à plateaux de 2^m avec un fort reflux et nous avons finalement obtenu des fractions dont la rotation α_D allait en croissant de $-0^\circ 58$ à $-4^\circ 36$.

Cette dernière fraction ($\alpha_D = -4^\circ 36$) a donné un spectre Raman qui était la superposition exacte de celui de l'alcool propylique pur et de celui de l'alcool butylique secondaire (obtenu par synthèse) sans aucune raie étrangère. Nous avons pu, à l'aide du microphotomètre, comparer ce spectre Raman à celui de mélanges des deux alcools, en proportions connues, et déterminer ainsi que la fraction de rotation $-4^\circ 36$ avait très sensiblement la composition suivante :

Alcool propylique	49 pour 100
Alcool butylique secondaire (en volumes)..........	51 pour 100

On peut tirer de ce résultat et des pouvoirs rotatoires mesurés par ailleurs, les deux conclusions suivantes :

1° La rotation, sur 10^{cm}, de l'alcool butylique contenu dans le mélange, était de $\alpha_D^{18} = -8^\circ 55$ (soit un pouvoir rotatoire de $-10^\circ 58$).

Notons que le plus fort pouvoir rotatoire obtenu par R. H. Pickard et J. Kenyon ([2]) pour l'alcool secondaire actif isolé à l'aide des sels d'alcaloïdes du phtalate acide, était de $+13^\circ 87$ et celui de l'alcool obtenu par Neuberg et Nord (*loc. cit.*) de $+2^\circ 7$.

2° La proportion d'alcool butylique secondaire, contenue dans notre échantillon, était d'environ 17,5 pour 100 (en volumes).

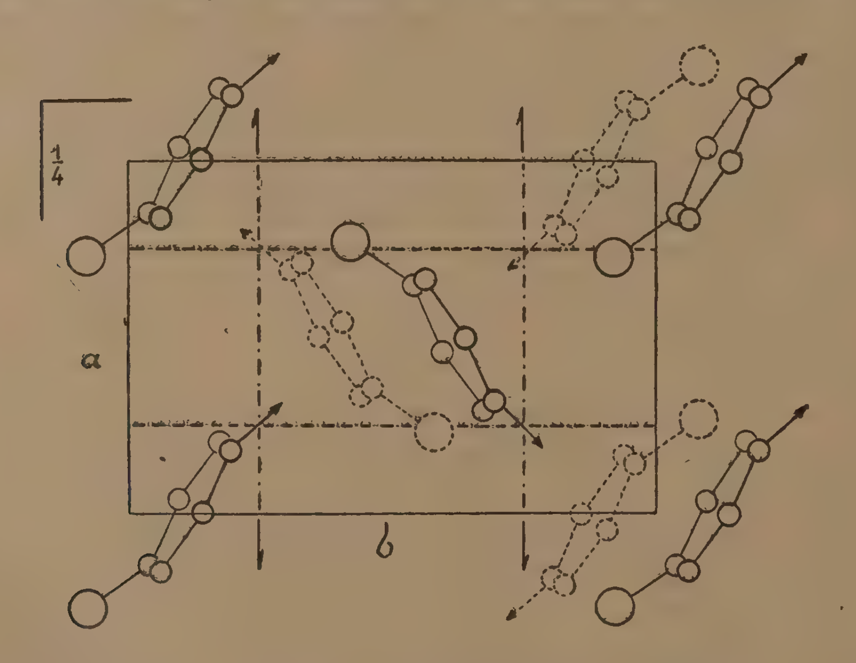
Ajoutons que la séparation de ces deux alcools, tant par la rectification que par les divers autres procédés physiques essayés par nous, s'est montrée délicate et toujours incomplète.

([1]) *Ber. d. deutsch. chem. Ges.*, 52, 1919, p. 2237.
([2]) *J. Chem. Soc. Trans.*, 103, 1913, p. 1923.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Structure cristalline de la paratoluidine.* Note (1) de M. **Jean Wyart.**

Les propriétés cristallographiques de la paratoluidine sont intéressantes à différents points de vue [chimique, physique : théorie de la croissance cristalline (2)]. L'étude de ces propriétés, poussée jusqu'à la détermination de la structure, n'a été possible pour ce corps très sublimable qu'à l'aide des rayons X.

La solidification lente de la paratoluidine fondue fournit des lames cristallines très biréfringentes, parallèles à un clivage parfait (001), montrant



au microscope des stries fines (direction [100]). L'étude au microscope polarisant et un diagramme de Laue indiquent pour ces cristaux une symétrie orthorhombique. Les diagrammes de cristal tournant, réalisés avec la radiation $K\alpha$ du cuivre, donnent pour les paramètres, avec une

(1) Séance du 20 mai 1935.

(2) L. Kowarski, *Thèse de doctorat*, Paris, 1935; A. Marcelin et S. Boudin, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1496 et 191, 1930, p. 31.

préicsion relative de l'ordre de 1/200, les valeurs suivantes :

$$a = 5{,}98\,\text{Å}, \qquad b = 9{,}05\,\text{Å}, \qquad c = 23{,}3\,\text{Å}.$$

La maille élémentaire renferme 8^{mol} $CH^3-C^6H^4-NH^2$.

Les dimensions précédentes conduisent à une densité nettement supérieure aux valeurs 1,046 (1) et 1,058 (2) données habituellement; une nouvelle détermination, par la méthode des liqueurs denses, m'a donnné la valeur $1{,}120 \pm 0{,}003$ qui convient parfaitement.

Groupe de symétrie. — Les diagrammes de rayons X montrent que le réseau cristallin a pour maille élémentaire le prisme droit rectangulaire $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, comportant des plans de symétrie translatoires (100) et (010), les glissements respectifs étant $1/2\,\vec{b}$ et $1/2(\vec{a}+\vec{c})$. J'ai vérifié que les cristaux ne sont pas pyroélectriques; leur groupe de symétrie est donc $P\,bnm = D_{2h}^{16}$. Il suffit de déterminer la position des atomes d'une seule molécule dans la maille pour en déduire, par les opérations de symétrie du groupe, la structure du cristal. Cette détermination, sans préciser la position des hydrogènes, dépend de 24 paramètres.

Structure de la molécule. — La solution suivante explique d'une façon satisfaisante les intensités relatives des nombreux spectres observés (l'origine des coordonnées se trouve en un centre de symétrie de la maille) :

C	0,185	0,195	0,084
CH	0	0,140	0,055
CH	−0,165	0,061	0,084
C	−0,145	0,038	0,143
CH	0,040	0,094	0,172
CH	0,205	0,172	0,143
CH^3	−0,270	−0,080	0,173
NH^2	0,310	0,290	0,070

Les 6 atomes du noyau sont aux sommets d'un hexagone régulier de 1,40 Å de côté; le groupement amine, distant de 1,18 Å du carbone voisin, est un peu en dehors du plan de ce noyau; la liaison $C-NH^2$ fait avec ce plan un angle de 15°; le groupe méthyle est distant de 1,48 Å de son carbone benzénique; la liaison $C-CH^3$ fait avec le noyau benzénique un angle de 16°.

(1) F. Rüdorff, *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 12, 1879, p. 252.

(2) E. Rudolfi, *Zeits f. physik. Ch.*, 66, 1909, p. 721.

Arrangement des molécules dans le cristal. — Celles-ci sont disposées presque perpendiculairement au clivage, inclinées de 30° sur la direction des stries [100]; elles apparaissent presque de profil sur la figure qui est une projection sur le plan (001); les grands cercles représentent les CH^3, les flèches les NH^2. La structure comporte des feuillets, d'épaisseur $c/2 = 11,65$ Å, compris deux plans de symétrie vraie suivant lesquels se font les clivages. Le feuillet élémentaire comprend deux couches de molécules, représentées respectivement en traits pleins et pointillées sur la figure. La distance minima entre 2^{mol} d'un même feuillet est 3,2 Å (entre NH^2 d'une molécule et un CH du noyau de l'autre molécule). Les distances minima entre les molécules de deux feuillets voisins, CH^3, CH^3 et CH, CH, sont 3,7 Å.

La cohésion cristalline apparaît particulièrement grande suivant la direction [100], qui se manifeste constamment dans les cristallisations de la paratoluidine. Cette distribution des molécules permet d'interpréter les propriétés optiques des lames cristallines (direction de la vibration rapide suivant [010], biréfringence des lames de l'ordre de 0,10).

LITHOLOGIE. — *Étude pétrographique des péridotites du massif de Zlatibor* (*Serbie occidentale*). Note [1] de M. **Stoyan Pavlovitch**.

La région de Zlatibor renferma un des plus grands massifs de péridotites de l'Europe. Situé entre les rivières Drina, Lim et Djetinja, il occupe une superficie de 1300^{km^2}. Il n'avait fait l'objet que de travaux surtout géologiques, effectués par Zujović, Loczy, Ampferer et Hammer, Milovanović, Maric et Tućan. Une étude pétrographique détaillée restait à faire. Voici celle que j'ai poursuivie sur le terrain (1924-1929) et, depuis, au laboratoire.

Au microscope, on voit que ces roches sont constituées par du péridot en agrégats grenus ($n_p = 1,668$; $n_g = 1,682$) de l'enstatite en cristaux automorphes ($n_g = 1,677$; $n_p = 1,666$; $d = 3,22$), et des pyroxènes monocliniques généralement associés à l'enstatite, ou plus rarement individualisés au milieu du péridot. Le spinelle (hercynite, $1,76 < n < 1,87$) existe toujours.

Au microscope métallographique, on constate la présence fréquente de

(1) Séance du 20 mai 1935.

la chromite; la magnétite n'apparaît que dans les types fortement serpentinisés. On peut subdiviser ces rochers en trois séries.

1. *Type pauvre en pyroxène, constituant un passage aux dunites.* — La structure est finement grenue; le péridot est souvent très fortement écrasé (zone au nord de Tornik). Le spinellide est la chromite.

2. *Type riche en bronzite avec peu de diallage, formant un passage aux harzburgites.* — Sa structure est généralement porphyroïde. Il est très riche en spinelle. Ces roches sont loin d'être aussi répandues que ne l'affirme Hammer.

3. *Type à deux pyroxènes (Lherzolites).* — Le diallage est toujours en quantité moindre que l'enstatite. Les déformations mécaniques sont rares. Ce type est pauvre en spinelle.

La répartition de ces trois types de roches dans le massif est tout à fait irrégulière, mais il semble que le premier en forme le centre et le dernier la périphérie.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
SiO^2...	43,36	37,42	41,18	39,32	40,34	41,60	39,90
Al^2O^3...	4,21	1,23	2,71	1,85	3,20	2,70	2,60
Fe^2O^3..	1,76	2,82	1,87	1,93	1,66	1,72	2,72
FeO ...	7,08	3,29	6,08	6,18	6,58	7,27	5,87
NiO....	0,17	0,28	0,22	0,22	0,23	0,21	0,20
MnO...	0,18	0,10	0,17	0,22	0,20	0,18	0,15
MgO...	37,41	36,91	37,29	39,77	39,95	39,16	38,05
CaO...	3,74	0,54	3,72	2,14	2,64	2,64	2,38
Na^2O...	0,80	0,88	0,31	0,41	0,28	0,37	0,41
K^2O ...	0,22	0,19	0,17	0,13	0,15	0,14	0,09
TiO^2...	0,28	tr.	tr.	tr.	tr.	0,20	tr.
H^2O^+...	0,14	14,28	5,09	6,79	3,94	2,60	6,12
H^2O^-...	0,27	2,29	0,49	0,55	0,38	0,44	0,52
CO^2....	0,21	tr.	0,59	0,72	0,42	1,06	0,69
Fl......	néant	0,08	0,06	néant	0,05	0,05	0,08
Cr^2O^3...	0,12	0,17	0,22	0,19	0,19	0,19	0,12
	99,95	100,48	100,17	100,42	100,21	100,53	99,90
Diops..	7,66	1,97	7,19	2,41	2,62	0,65	1,76
Hypers.	3,60	9,00	10,66	7,79	6,16	16,02	14,09
Péridot.	62,23	61,02	63,18	71,32	73,40	66,16	63,07
Σc....	15,15	6,35	9,01	6,76	10,17	8,74	8,42

1. Lherzolite intacte, Varda................ IV(V).1.(4)5.1.1(2).[5.(3)4.5]
2. Serpentine, Voutch Gora................ 'V.1.4'.1.1[5.1.5]
3. Lherzolite, Kremna (Osijek)............. (IV)V.1.4.1.1'[5.4.'4]
4. Lherzolite, Zborište...................... 'V.1.(4)5.1.1'[5.3(4).5]
5. Lherzolite, Lupoglav.................... (IV)V.1.(4)5.1.1'
6. Harzburgite, Miloševac.................. (IV)V.1.4.1.1(2)
7. Harzburgite, Alin-Potok (Krst).......... IV(V).1.4.1.1'

Les paramètres magmatiques (12 analyses effectuées par M. Raoult), calculées d'après la classification chimico-minéralogique de M. A. Lacroix montrent l'uniformité de composition du magma et son caractère lherzolitique. En effet la quantité de chaux est toujours notable et ne descend jamais au-dessous de 2,14 pour 100. On ne peut donc classer ces roches dans les harzburgites comme l'avait fait Hammer, car ces dernières sont dépourvues de chaux. Comme ces lherzolites sont plus ou moins serpentinisées, j'ai essayé de calculer leur composition minéralogique réelle en tenant compte de la présence d'antigorite; on voit alors qu'elles renferment toujours du diopside (8 à 15 pour 100), une quantité notable d'antigorite (20 à 30 pour 100) et que le rapport de ce minéral à l'olivine est toujours voisin de 1. La serpentinisation du massif paraît donc être uniforme et l'on peut interpréter ce fait comme la conséquence d'une autopneumatolyse profonde, car sauf à Djurkovac (Varda) la transformation en antigorite est la même quelle que soit la profondeur.

L'analyse thermique différentielle, combinée aux méthodes précédentes, m'a permis d'entrevoir le mécanisme de la serpentinisation de ces roches. Comme dans d'autres péridotites, l'antigorite se développe tout d'abord dans le péridot sous forme d'un réseau de veinules, le centre des mailles étant constitué par le minéral intact. L'analyse thermique montre que cette antigorite appartient à la variété β (¹). Mais il existe des cas où la serpentinisation est complète. Le centre des mailles lui-même est transformé, et l'analyse thermique révèle la présence d'antigorite α. On est donc conduit à supposer que la serpentinisation s'est poursuivie en deux phases successives correspondant à un changement dans les conditions physiques de la transformation.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge de la série primaire non fossilifère de Vendée.* Note (²) de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

Nous avons proposé (³) de distinguer dans la région vendéenne (Bocage Vendéen, Gâtine, Bocage Choletais) deux étages plus récents que le Briovérien (X des Cartes géologiques), qui sont répartis suivant un certain nombre de plis synclinaux. Nous avons indiqué déjà l'âge relatif de ces formations et, pour ne pas préjuger de leur âge exact, nous leur avons

(¹) Mlle S. Caillère, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 628.

(²) Séance du 20 mai 1935.

(³) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 330.

donné des noms locaux. Sans preuve paléontologique, nous ne pouvons être affirmatif sur l'âge exact de ces deux étages, mais les analogies avec la Bretagne nous conduisent à des assimilations dont l'une paraît assez séduisante.

La série des formations primaires non fossilifères de Vendée peut être résumée dans le tableau suivant :

Étage de la Châtaigneraie....	Quartzite blanc de La Châtaigneraie, quartzite rouge de Champdeniers, arkoses blancs du synclinal de Saint-Pierre-du-Chemin, poudingues siliceux de Cheffois.
Étage du Bourgneuf.........	Épanchement de *Porphyroïdes* en Vendée, rhyolites et rhyo-dacites du Choletais. Alternance de schistes en dalles et de quartzites, cette formation a une couleur variable suivant les régions, elle est tantôt verte et violacée, tantôt verte et rouge. Poudingue de Sigournais, avec galets de schistes rouges et verts.
Briovérien..................	Calcaire cipolin des Sables-d'Olonne. Schistes et grauwackes. Zone des Phtanites et des Schistes ampélitiques.

Première hypothèse. — Si nous comparons cette succession avec la série stratigraphique proposée par M. Barrois pour le Cambro-silurien de la Bretagne (¹), nous sommes tenté d'assimiler le *Quartzite de La Châtaigneraie au Grès armoricain* (Arenig). *L'étage du Bourgneuf* devient l'équivalent de l'étage des *Schistes pourprés*, et le *poudingue de Sigournais* correspondrait au *poudingue pourpré* ou *poudingue de Montfort*, avec lequel il offre des ressemblances.

A la base du Briovérien, les schistes avec bancs de *Phtanites* sont identiques aux schistes à *Phtanites* de Lamballe. Il existe bien en Vendée des calcaires interstratifiés dans les schistes X des cartes géologiques (région des Sables-d'Olonne), mais nous n'avons pu découvrir, jusqu'à présent, le niveau du *poudingue de Gourin* qui, dans cette hypothèse, manquerait en Vendée.

Deuxième hypothèse. — Une autre interprétation consiste à voir dans *l'étage de La Châtaigneraie*, un « *facies vendéen* » (²) du *poudingue pourpré;*

(¹) Ch. Barrois et P. Pruvost, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 56, 1931, p. 80.
(²) Ch. Barrois, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 26, 1897, p. 8, note infrapaginale.

dans ce cas, *l'étage du Bourgneuf* représenterait la *série de Gourin*, et le *poudingue de Sigournais* correspondrait alors au *poudingue de Gourin*. Dans la région de Cholet, les *quartzites blancs et poudingues siliceux de Trémentines*, situés à la base des rhyolites (étage du Bourgneuf), constitueraient un terme équivalent également au poudingue de Gourin.

Arguments en faveur de la première hypothèse. — En résumé, pour l'étage de la Châtaigneraie, nous hésitons entre le Silurien inférieur (Arenig) et le Cambrien supérieur, et pour l'étage du Bourgneuf entre le Cambrien supérieur et le Cambrien moyen.

Pour le moment, nous n'avons pas de preuves paléontologiques qui permettent de trancher cette question, mais deux arguments paraissent appuyer la première hypothèse.

1° En Bretagne, il y a un phénomène général d'épanchement éruptif (1) au sommet du Cambrien avant le dépôt du grès armoricain. Les *Porphyroïdes* de Vendée se rattacheraient aux éruptions cambriennes de Bretagne, ainsi que les rhyolites de Cholet.

2° En Vendée, les synclinaux étroits et profonds ne permettent pas d'observer de formations plus récentes que le quartzite de La Châtaigneraie. Cependant en un point du Synclinal de Saint-Pierre-du-Chemin, entre les agglomérations de Réaumur et de la Meilleraie, on peut constater la présence de schistes bleu noirâtre, micacés, avec *pistes de vers*, alternant avec des quartzites grisâtres et qui passent insensiblement au grès blanc (niveau de La Châtaigneraie) auquel ils sont superposés. Ces schistes, bien visibles dans la tranchée du chemin de fer de la Meilleraie paraissent très voisins lithologiquement des schistes et psammites qui, dans les synclinaux de Segré et d'Angers, alternent avec des quartzites, au sommet du grès armoricain, dans la partie qui renferme les minerais de fer.

Nous n'apportons donc, ici, aucune certitude sur la question très difficile de l'âge exact des schistes X de Vendée, mais nous croyons qu'il est intéressant de tenter ces rapprochements pour montrer que la Vendée forme, avec la Bretagne, une unité géologique. Il y a évidemment la question du poudingue de Gourin, mais nous savons que ce niveau n'existe pas partout en Bretagne.

---

(1) Ch. Barrois, *Livre Jubilaire Soc. Géol. France*, 1, 1930, p. 89.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations sur les rideaux de la craie dans les valleuses entre le Tréport et Ault.* Note de M. **Jean Michel.**

De nombreux auteurs ont déjà décrit, sous le nom de rideaux, les ressauts que l'on rencontre fréquemment sur les versants de certaines vallées en pays crayeux.

Dans plusieurs Notes, Louis Gentil (¹) a expliqué leur formation par la solifluxion de l'argile à silex, ameublie par les eaux d'imbibition. Cette théorie s'opposait à celle émise auparavant par Albert de Lapparent (²) et Poulett Scrope (³), dont les idées ont été reprises récemment par M. Aufrère. Pour ces auteurs, le labourage du sol par la charrue devait être considéré comme la cause, sinon unique du moins déterminante, du phénomène.

Cette morphologie particulière ne se limite pas cependant aux régions crayeuses et des formes semblables aux rideaux ont été signalées dans le Cantal par Mlle Boisse de Black (⁴), dans le Morvan par Mlle Brepson (⁵) et dans la vallée de la Bruche par M. Jacques Bourcart (⁶).

J'ai tenté de vérifier l'hypothèse de Louis Gentil et il m'a paru préférable, dans ce but, de commencer mes observations dans la région même où cet auteur a pris ses exemples, c'est-à-dire entre le Tréport et Ault; là plusieurs valleuses, au creusement plus ou moins accentué, donnent, grâce au sectionnement par la falaise vive, de bonnes coupes transversales du phénomène. Celles-ci montrent, le plus souvent, une succession de rideaux étagés sur le versant et, à chaque rideau, correspond un épaississement notable de l'argile à silex avec peu d'apports de ruissellement, tels que limons et silex remaniés etc., lesquels se trouvent au contraire sur une assez grande épaisseur au fond du thalweg de la valleuse.

Comme l'a déjà signalé Louis Gentil, les rideaux ne peuvent être attribués à l'influence de diaclases de la craie sous-jacente; on ne saurait les

(¹) *Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 145 et 291; **170**, 1920, p. 891; **172**, 1921, p. 440.
(²) *Comptes rendus*, **111**, 1890, p. 660.
(³) *Geol. Magaz.*, 3, 1856, p. 293-296.
(⁴) *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1595.
(⁵) *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 704.
(⁶) Renseignement oral.

considérer, à plus forte raison, comme marquant le rejet de failles de tassement provoquées par dissolution de la craie en profondeur.

Les rideaux que j'ai observés semblent suivre à peu près les courbes de niveau; mais j'ai constaté que leur forme, leur hauteur et leur position sur le versant sont fonction de la quantité d'argile à silex qui participe à leur formation. L'argile à silex d'un même rideau s'accumule en masses d'autant plus importantes, et à un niveau situé d'autant plus bas sur le versant, que l'on s'éloigne davantage de la tête de la valleuse vers l'aval. En remontant au contraire vers l'amont on note, d'une manière générale, que la pente des versants de la valleuse s'adoucit régulièrement et l'on observe une diminution corrélative de l'épaisseur du rideau, qui finit par n'être plus qu'un simple bourrelet de quelques décimètres, ou même par disparaître; en même temps, on constate que la distance séparant deux rideaux successifs diminue progressivement. Il se produit ainsi un resserrement du faisceau.

Louis Gentil a signalé d'autre part que, dans la partie située entre deux rideaux successifs, l'argile à silex n'existait presque plus et que l'on trouvait même la craie à l'affleurement. Ce phénomène, constaté au point où les valleuses sont sectionnées par la falaise, c'est-à-dire aux points mêmes où les rideaux ont pris le plus de développement, semble s'atténuer dans le sens longitudinal sur un même versant. Vers l'amont, j'ai remarqué qu'il reste, au-dessus du rideau qui n'est plus formé que d'une faible accumulation d'argile, une épaisseur réduite mais non négligeable d'argile à silex. Dans cette zone, le gazon est cependant fréquemment découpé en mottes qui matérialisent les déchirures produites sur le sol par la descente du terrain.

Il n'est pas douteux pour moi que les observations ci-dessus ne soient favorables à l'hypothèse d'une genèse des rideaux par solifluxion.

Si l'on considère un versant de valleuse recouvert originellement d'une épaisseur plus ou moins régulière d'argile à silex, la composante tangentielle qui, sur une section transversale donnée, tend à provoquer le mouvement de glissement, varie avec la masse même du matériel plastique située sur le versant, elle croît aussi avec la pente. L'on conçoit donc que cette force est d'autant plus grande que la vallée est plus profondément creusée, c'est-à-dire que, dans le cas particulier des valleuses, l'on se trouve plus vers l'aval. A un niveau donné du versant, le frottement devient suffisant pour arrêter le glissement de la masse argileuse qui n'a pas atteint le fond de la vallée et le bourrelet se forme alors par accumulation.

Je n'ai pu encore déterminer le lieu géométrique de ces points d'arrêt sur une pente donnée.

L'hypothèse que je viens de donner est uniquement déductive et demande évidemment à être vérifiée, soit par l'observation directe du phénomène, soit grâce à des recherches expérimentales que j'entreprends actuellement.

PHYSIQUE DU GLOBE — *Composition de l'air de la stratosphère.* Note (1) de MM. **Adolphe Lepape** et **Georges Colange**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Cailletet (2) préleva pour la première fois un échantillon d'air de la stratosphère ($15^{km},5$) dans un réservoir de cuivre porté par un ballon-sonde. La composition (CO^2, O^2, N^2, A) fut trouvée identique à celle de l'air près du sol.

Prokofieff, Godunoff, Birnbaum (3), dans leur ascension stratosphérique, ont fait un prélèvement ($18^{km},5$), qui contenait 20,95 pour 100 d'oxygène et pas d'hydrogène. Ils ont recherché la vapeur d'eau avec un *hygromètre à miroir* et n'en ont point trouvé.

2. Nous avons effectué, entre 1926 et 1930, une série de prélèvements et d'analyses dans les conditions décrites précédemment (4); les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Dans les quatre premières analyses, le dosage de l'oxygène, beaucoup moins précis que dans les suivantes, correspond à la somme $CO^2 + O^2$. Sauf dans un cas deux dosages d'oxygène ont été effectués sur chaque échantillon; les écarts par rapport à la moyenne sont indiqués par le signe $\pm$. A titre de comparaison, nous avons étudié, à plusieurs reprises, des échantillons d'air près du sol.

Au cours de son ascension stratosphérique récente, Max Cosyns, après accord avec nous, a fait un prélèvement que nous avons analysé, et il a bien voulu nous autoriser à joindre ses résultats aux nôtres.

---

(1) Séance du 20 mai 1935.

(2) *Comptes rendus*, 124, 1897, p. 486.

(3) *Nature*, 133, 1934, p. 918.

(4) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1340.

Date du prélèvement.	Altitude (en km).	Composition centésimale de l'air sec et privé de CO^2 (1) (en volumes). O^2.	N^2.	Gaz rares.	$\frac{He+Ne}{gaz\ rares} \times 10^2$.
18- 1-1927..........	11,6	20,99 ±0,06	78,08	0,932	3,2
12-12-1927..........	14,2	20,965±0,05	78,13	0,911	3,5
16-12-1927..........	16,8	21,32 ±0,04	77,74	0,944	
29-12-1927..........	13,0	20,80 ±0,04	78,26	0,945	non dosé
21- 4-1928..........	16,2	20,99 ±0,005	78,06	0,952	3,3
22- 5-1928..........	9,6	20,93	78,13	0,944	2,8
»	9,0	20,84 ±0,01	78,24	0,923±0,003	
17- 8-1928..........	12,8	20,85 ±0,005	78,22	0,934	non dosé
»	10,0	20,87 ±0,005	78,19	0,937	4,6
26-11-1929..........	14,9	20,80 ±0,02	78,26	0,942	non dosé
»	11,2	20,81 ±0,02	78,26	0,927	2,7
18-8-1934 (Cosyns) ..	15,0	20,90 ±0,05	78,16	0,940	3,0
Moyennes.........	–	20,92	78,15	0,935	3,3

3. A. On voit donc que les proportions des principaux éléments de l'air de la stratosphère (O^2, N^2 et gaz rares) sont analogues à celles trouvées dans l'air pris au sol (2). *Il en résulte que l'on doit abandonner définitivement l'idée que, dès le début de la strastosphère, les gaz se distribuent par ordre de densités.*

On pouvait le prévoir, car, pour qu'il en soit ainsi, il faudrait, comme le montrent les calculs de Gouy (3) et de Rocard (4), que la stratosphère soit en repos presque parfait, ce qui n'est pas.

Nous avions, en outre, déjà montré qu'il existe des relations étroites entre les hautes et les basses couches atmosphériques (5).

Les faits précédents ainsi que l'absence des raies de He et de H dans les aurores et, dans ces dernières, la constance du rapport des intensités de la raie verte (due à O) et des bandes négatives de N^2 sur 50-80^{km} de hauteur (6) *conduisent à penser que l'atmosphère doit présenter une composition sensiblement uniforme sur toute son épaisseur.*

B. Dans 8 expériences au sol la moyenne (He + Ne)/gaz rares a été de

---

(1) Sauf dans les quatre premières analyses (voir plus haut).

(2) Voir l'abondante bibliographie dans *The composition of the Atmosphere*, par Benedict, Carnegie Institution, 1912.

(3) *Annales de Physique*, 9e série, 5, 1916, p. 121.

(4) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1336.

(5) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 53.

(6) Végard, *Phil. Mag.*, 46, 1923, p. 577.

$2,6.10^{-3}$, dans notre tableau cette moyenne est légèrement supérieure; fait déjà signalé vers 8-9^{km} par Tetens [1] et Wigand [2]. Contrairement à ce qu'avait annoncé Teisserenc de Bort [3], nous avons constaté dans nos prélèvements d'air de la stratosphère la présence certaine de l'hélium (identifié par son spectre).

PALÉONTOLOGIE. — *Les foraminifères du Lutétien inférieur dans le sud du désert arabique.* Note de MM. **L. Doncieux** et **J. Cuvillier**, présentée par M. Henri Douvillé.

Au cours d'une mission d'études dans la région du Gebel Doukhan (désert arabique), M. G. Andrew rapportait l'an dernier, provenant de Bir Badia, quelques échantillons d'un calcaire fossillifère pétri de grands foraminifères; la roche n'ayant malheureusement pas été trouvée *in situ*, le problème de son gisement reste à préciser.

Cette roche est un calcaire tendre, blanc rosé, qui se trouvait inclus dans les débris d'un fortin en ruines situé à proximité de la route romaine de Keneh à Myos-Hormos; en dépit de son origine inconnue, ce calcaire dont le gisement n'est probablement pas très éloigné du lieu où il a été récolté, mérite, par l'association très particulière des fossiles qui s'y trouvent rassemblés, la mention spéciale que nous lui consacrons; on y rencontre en effet, les formes suivantes :

Alveolina oblonga d'Orb.
Nummulites cf. *irregularis* (A) de la Harpe.
Nummulites discorbina (B) Schl.
Nummulites gizehensis (B) Forsk.
Nummulites aff. *Lucasi* (A) d'Arch.

Ce sont, à l'exception de *N. irregularis*, dont il doit être question pour la première fois en Égypte, des espèces bien connues dans le Nummulitique de ce pays.

A. oblonga d'Orb. semble surtout cantonnée dans les formations les plus anciennes de l'Eocène moyen d'Egypte; sa présence à une certaine distance à l'ouest du Gebel Doukhan n'aurait rien de surprenant puisqu'on la trouve, à la même latitude, près

---

(1) *Erg. Obs. Lindenberg*, 6, 1911, p. 219.
(2) *Phys. Zeit.*, 17, 1916, p. 396; *id.* 25, 1924, p. 684.
(3) *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 219.

d'Assiout et, plus au Nord, jusqu'à la hauteur de Minieh; dans cette dernière localité, elle est d'ailleurs associée à la *N. gizehensis* Forsk. typique.

N. irregularis de la Harpe, dans le bassin méditerranéen et particulièrement en Afrique du Nord [1] est fréquemment représentée en compagnie de formes qui caractérisent plus généralement le Lutétien inférieur, telles *N. bolcensis* et *N. Rollandi* Mun.-Ch., etc.

N. discorbina Schl. que l'on n'avait identifiée que dans les formations plutôt septentrionales de Haute-Égypte, ses affleurements les plus méridionaux étant aux environs de Minieh [2], était considérée jusqu'à notre récent examen du calcaire de Bir Badia, comme une espèce d'âge essentiellement Lutétien supérieur.

N. gizehensis Forsk., comme la précédente, correspondait nettement au Mokattam inférieur qui appartient à la seconde moitié de la période lutétienne et dont les gisements se rencontrent surtout vers la Basse-Égypte.

L'association, dans un même dépôt, de foraminifères *a priori* caractéristiques, les uns, du début de l'Éocène moyen, les autres du Lutécien supérieur, qui constitue l'intérêt principal de cette Note, valait d'être analysée. Les *N. gizehensis*, dont la taille ne dépasse guère 18^{mm} de diamètre, présentent des particularités qui donnent en partie déjà l'explication du mélange des espèces; il s'agit en effet de formes à filets cloisonnaires simplement ondulés sur le bord, devenant ensuite méandriformes ou groupés en faisceaux qui se recourbent et se replient; parfois il se fait des anastomoses entre les filets et il se constitue alors un réseau à mailles allongées; ce sont bien là, dans leur ensemble, des caractères de surface de *N. gisehensis*; la spire lâche, souvent très lâche même, au centre, est irrégulièrement bosselée et les cloisons sont courbes, irrégulières aussi, allongées ou coudées; autant de caractères cette fois de *N. irregularis*. Nous nous trouvons donc en présence d'une véritable forme de passage entre ces deux espèces et il n'est pas étonnant alors de la rencontrer dès le Lutécien inférieur, que confirme la présence de l'*Alveolina oblonga*, en compagnie de *N.* cf. *irregularis* (A).

Par ailleurs, l'unique échantillon de *N.* aff. *Lucasi* d'Arch, identifié dans la roche, avec sa spire à trois tours lâches, ses cloisons moins courbes et bien plus espacées que dans les individus typiques de l'espèce, semble aussi indiquer des caractères archaïques s'accordant avec l'apparition prématurée en Égypte de cette nummulite qui y est surtout représentée au Mokattam inférieur.

L'Éocène moyen offrirait donc dans ce pays, sous réserve que soit

---

(1) F. Daguin, *Contribution à l'étude géologique de la région prérifaine* (Maroc occidental), *Dir. gén. Tr. Publ. du Maroc*, p. 279 et 292, Montpellier 1927.

(2) M. Blanckenhorn, *Aegypten. Handb. d. Reg. Geol.*, 7, p. 85, Heidelberg, 1921.

retrouvé le gisement dont proviennent les calcaires de Bir Badia, deux niveaux bien distincts à *N. gizehensis* Forsk; l'un du Lutétien inférieur, développé dans les régions méridionales, caractérisé par l'association de foraminifères qui fait l'objet de cette Note; l'autre où les grandes nummulites typiques se retrouvent en compagnie de *N. curvispira* Savi et Menegh, de *N. uroniensis* A. Heim, de *N. lævigatus* Brug. sp. et de véritables *N. Lucasi*, d'Arch, dans l'Éocène moyen du nord de la Haute-Égypte, correspondant au Lutétien supérieur (Mokattam inférieur).

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les variations héréditaires provoquées expérimentalement chez les Levures*. Note de M. **Georges Adam Nadson**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Au moyen de la dissociation d'une culture pure (issue d'une cellule unique) sous l'influence des rayons X et du radium nous avons obtenu, moi et mes élèves, chez diverses levures (*Saccharomyces*, *Zygosaccharomyces*, *Torulopsis, Nadsonia*, *Sporobolomyces*), de nouvelles races stables du type des saltants, ce qui correspond aux mutants chez les organismes supérieurs.

Les races provenant de la même forme initiale peuvent être tellement distinctes de cette dernière et présentent entre elles de telles différences, que si elles s'étaient rencontrées dans la nature, il eût fallu les classer non seulement dans ces espèces différentes, mais même dans les genres distincts. Elles conservent durant des années, à la suite de réensemencements successifs, leurs caractères spécifiques sur des milieux nutritifs variés et dans différentes conditions de développement. C'est ainsi que les races-saltants de *Saccharomyces cerevisiæ* se distinguent tant par l'aspect des colonies géantes que par la forme et les dimensions des cellules et par la mode de bourgeonnement : les unes possèdent des cellules allongées du type *Mycoderma*, d'autres ont des cellules tout à fait rondes du type *Torula*, d'autres encore des cellules amiboïdes, et tous ces caractèrent se transmettent invariablement durant une lignée de générations innombrables. Les races diffèrent également par l'intensité de la fermentation alcoolique qu'elles provoquent et souvent les radio-races dépassent sous ce rapport la forme initiale (*S. cerevisiæ XII*), ce qui offre aussi un intérêt pratique.

D'une manière générale, la formation des nouvelles races consiste en ce qui suit. Les variations *individuelles* des cellules (par exemple de *S. cerevisiæ*), en se stabilisant à la fois, en devenant héréditaires, donnent naissance

à des races nouvelles et peut-être, dans des conditions naturelles, à des espèces nouvelles. Les stades de développement et les formes de croissance se stabilisent, c'est-à-dire, sont fixés par l'hérédité. Cela est en particulier prononcé chez les races qui se forment par la stabilisation des caractères séniles. Chez celles-ci, même dans les jeunes cultures, les cellules offrent l'aspect des cellules vieilles (formes arrondie et hypertrophique avec accumulation de graisse, accroissement des vacuoles, etc.). Cette faculté de se stabiliser et de devenir héréditaire appartient non seulement aux formes *normales* pour une levure donnée (par exemple pour *S. cerevisiæ*), mais aussi aux formes qui s'écartent de la norme, à des formes *anormales* y compris celles du type pathologique. En ce cas, ce qui a été *anormal* chez les ancêtres, devient *normal* dans la postérité. En même temps, ces races peuvent conserver parfaitement et longtemps leur vitalité; elles peuvent même surpasser la race initiale en ce qui concerne le temps du développement et la production de la masse dans les cultures D'autres races, cependant, formées à côté d'elles, dans la même culture, offrent, au contraire, des formes qui s'éteignent peu à peu ; ce sont des races léthales.

Des races semblables en tous les points essentiels aux races décrites plus haut ont été obtenues également sous l'action exercée sur la même souche de *S. cerevisiæ* par divers autres facteurs extérieurs : action du froid, de la chaleur, du chloroforme, des cyanures etc. Les races-saltants, qui se forment chez le *S. cerevisiæ* spontanément, ressemblent aussi beaucoup aux races citées plus haut; elles appartiennent aux mêmes types principaux. Ces traits de ressemblance frappant des races, apparues tant spontanément que sous l'influence de facteurs extérieurs variés, offrent une des manifestations les plus importantes de la règle selon laquelle la substance vivante ou, plus exactement, le système vivant de l'organisme peut se transformer seulement dans certaines directions déterminées, dépendant avant tout de la *constitution* interne du système vivant même. Cette constitution est le produit de l'évolution historique; elle s'est développée sur la base des phénomènes physicochimiques, mais elle offre une étape nouvelle dans les états de la matière et possède des propriétés nouvelles et spécifiques.

AGRONOMIE COLONIALE. — *La culture indigène de la Pomme de terre dans les zones montagneuses du Maroc.* Note de M. **Émile Miège**, présentée par M. Julien Costantin.

On admet couramment que la culture de la Pomme de terre est d'introduction récente au Maroc et qu'elle y était à peu près inconnue avant l'instauration du Protectorat.

Des recherches entreprises, avec l'aide précieuse des commandants de cercle et des officiers de renseignements, nous ont permis d'établir deux faits inconnus des agronomes : l'*ancienneté* et la *localisation* de la culture de cette plante par les indigènes sur les territoires de villages montagnards; elle n'y revêt d'ailleurs habituellement qu'un caractère presque familial, bien qu'en certains points (Bahlil) elle couvre plus de 80 hectares.

Nous citerons ici seulement quelques exemples frappants et caractéristiques.

1° A *Bahlil*, au sud de Fez, la culture est très ancienne et paraît avoir été *apportée par les esclaves chrétiens* (ignorant l'arabe) qui cultivaient habilement la plante ou par les pirates barbaresques qui les avaient captés (par conséquent avant la conquête d'Alger en 1830), ou par les Espagnols et les Portugais, lors de leurs occupations successives. C'est à 1000^{m} d'altitude que se trouvent ces plantations.

2° Dans la *région d'Amismiz*, au sud-ouest de Marakech et principalement au village d'Ouremeur (à 1600^{m} d'altitude, à 18^{km} d'Amismiz), c'est dans le Haut Atlas, où les montagnards de l'Erdouz et de l'Anougal apportèrent des tubercules de Mogador (ville située sur la côte au nord d'Agadir) en l'an 1295 de l'hégire (c'est-à-dire il y a une soixantaine d'années), lors d'une disette.

3° A ces deux faits principaux, on doit citer encore dans le Riff (au sud de la zone espagnole), le village de Rafsaï (1300^{m}) où les Beni-Zeroual élèvent le *Solanium tuberosum* depuis très longtemps; les tribus des Senhadja auraient connu anciennement cette plante; celles de Ouarzazat (Haut Atlas) où elle existerait depuis plus de deux cents ans (?); les Beni-Snassen, au nord d'Oudja (près de la frontière algérienne) pratiquent également cette culture de mémoire d'homme dans les hautes vallées, etc.

Divers points fondamentaux montrent nettement par quels caractères ces plantations montagnardes diffèrent de celles de la plaine (notamment du littoral, Rabat, etc.) où la culture ne peut être faite *qu'une fois* avec la

même semence (qui est en général, épuisée à la seconde culture) et le rendement varie de 6 à 8000^{kg} à l'hectare.

Dans le Haut Atlas, dans la région d'Amismez, Ijoujak, Ouremeur, par exemple, la récolte s'élevait, vers 1885, à 35000^{kg} par hectare et, pendant vingt ans, ce haut rendement s'est maintenu : pour une quantité de 900^{kg} de semences appartenant toujours à la même variété, on obtenait environ 40 fois le poids de la semence. Cette productivité si grande s'est abaissée depuis, par suite de diverses causes et des mauvaises années, à 12000^{kg}; ce qui représente encore 13 fois le poids de semence, comme dans les autres montagnes marocaines, c'est-à-dire souvent le double de ce que l'on obtient normalement dans la plaine marocaine mais avec tubercules *renouvelés* à chaque culture et dans des terrains non appauvris comme dans les montagnes par une culture continue et surtout par des irrigations abusives lessivant le sol et l'épuisant. C'est ce qui explique la diminution des rendements ainsi que l'emploi exclusif des semences de la même variété indéfiniment, d'ailleurs réduites à leur plus simple expression par fragmentation : un œil ou deux à chaque plantation.

Quant à la conservation de ces semences, ellle est faite généralement dans des pièces sombres et sèches, en sable, dans un lit de paille, dans des couffins de roseaux ou de palmier nain, souvent enfumés, parfois au milieu de tas de grains d'orge, quelquefois dans des grottes, mais toujours après dessiccation préalable.

En résumé, la culture indigène de la Pomme de terre existe depuis longtemps dans les diverses régions montagneuses du Maroc, situées entre 850^{m} et 1700^{m} d'altitude. Elle est caractérisée par l'utilisation des mêmes semences, sans renouvellement et sans dégenérescence, avec deux récoltes annuelles et des rendements particulièrement élevés, malgré la fragmentation excessive des tubercules, malgré des irrigations abusives et sans aucun traitement anticryptogamique. Tout ceci plaide en faveur du rôle bienfaisant de l'altitude.

ZOOLOGIE. — Oxystomus *de Rafinesque est une forme bien distincte, parmi les larves leptocéphaliennes*. Note de M. **Léon Bertin**, présentée par M. Maurice Caullery.

Des nombreuses espèces décrites par Rafinesque Schmaltz dans son *Indice d'Ittologia Siciliana* (1810), une de celles qui ont été le plus dis-

cutées est *Oxystomus hyalinus*. Sa diagnose, très courte, complétée par une médiocre figure, est la suivante :

Genre *Oxystomus*. — Corps très comprimé et très long. Tête petite. Mâchoires très pointues et dentées [1]. Queue très pointue. Absence totale de nageoires.

Espèce *Oxystomus hyalinus*. — Mâchoire inférieure plus longue que la supérieure. Corps hyalin. Ligne latérale presque invisible. Trois rangées de très petits points noirs sous le ventre. — *Observation :* il est long de moins d'un pied et se compose d'une substance gélatineuse et transparente. Ses yeux, situés au-dessus de l'angle de la bouche, sont noirs et entourés d'un iris argenté.

Certains de ces caractères n'ont aucune valeur systématique, parce qu'ils sont communs à la plupart des larves de Poissons Apodes (hyalinité, compression du corps, petitesse de la tête, couleur des yeux). D'autres peuvent résulter d'une erreur d'observation ou d'interprétation (absence des nageoires). D'autres enfin différencient avec la plus grande netteté *Oxystomus hyalinus* des autres Leptocéphales (étirement progressif en pointe fine de la moitié postérieure du corps, étirement en pointe des mâchoires, dont la supérieure est plus courte que l'inférieure).

Voici maintenant, brièvement résumées, les vicissitudes subies par l'espèce en question. Kölliker (1853), Tröschel (1853), Carus (1861), Günther (1870) l'identifient à une autre forme larvaire dénommée *Tilurus gegenbauri*. Facciola (1882) décrit, sous le nom d'*Oxystomus*, deux espèces qu'il reconnaît ultérieurement, à la suite de Bellotti (1883), appartenir au genre *Tilurus*. Même indécision chez Roule (1910-1911), qui, après avoir mis en synonymie *Oxystomus* et *Tilurus*, sépare ensuite ces deux formes et déclare que la première, insuffisamment décrite, doit disparaître de la nomenclature. Même indécision encore dans le grand ouvrage de Grassi (1913), où l'on voit *Oxystomus* rattaché simultanément à *Tilurus* et à *Nemichthys*. De ces confusions successives résulte qu'une espèce de *Tilurus* continue à s'appeler, dans les ouvrages les plus récents, *Tilurus hyalinus* et usurpe de la sorte un nom spécifique qui appartient en propre à *Oxystomus*.

La seule chance qu'il pouvait y avoir de rétablir ce dernier dans son intégrité systématique était d'en découvrir de nouveaux spécimens. Cette chance m'est échue grâce aux matériaux du *Dana*, dont on ne saurait trop louer la richesse et l'excellent état de conservation. J'ai sous les yeux deux

---

(1) Les dents sont invisibles sur la figure et doivent être par conséquent de très petites dimensions.

Oxystomus offrant, comme celui de Rafinesque, ces deux caractères essentiels : étirement en pointe de la moitié postérieure du corps, étirement en pointe des mâchoires, avec prédominance de l'inférieure.

Pourtant les exemplaires du *Dana* ne sont pas absolument identiques à celui de Rafinesque :

1° Leur longueur est moindre (81 et 95^{mm} au lieu de 200 environ).

2° Leur corps est un peu plus haut et un peu plus comprimé latéralement.

3° Les myotomes et la ligne latérale sont plus visibles.

4° La tête se rattache au tronc par une région collaire un peu rétrécie.

Tout se passe comme si les spécimens du *Dana* (qui sont incontestablement des *semilarves*, comme l'indiquent leur forme et l'existence, sur leurs mâchoires, de germes de dents définitives) étaient moins avancés dans leur ontogenèse que l'exemplaire de Rafinesque. Mais autre chose est de dire qu'ils font partie du même cycle évolutif. Une telle hypothèse ne pourrait être envisagée que si l'on connaissait le nombre des segments musculaires d'*Oxystomus hyalinus* et s'il coïncidait avec celui des *Oxystomus* du *Dana*. Elle se concilierait mal avec l'éloignement des lieux de capture : Est des Bermudes et des Antilles dans un cas (*Dana*), Messine dans l'autre (Rafinesque).

Je désigne provisoirement les spécimens du *Dana* sous le nom d'*Oxystomus danæ*. Le nombre de leurs myotomes (environ 160) et plusieurs autres caractères me conduisent à penser qu'il s'agit d'une phase de métamorphose de *Leptocephalus lanceolatus* Strömman. Quant à la forme adulte, elle devra être cherchée dans la famille des Serrivoméridés, dont plusieurs genres (*Serrivomer*, *Paraserrivomer*, *Stemonidium*) ont avec *Oxystomus* beaucoup d'analogies : corps progressivement rétréci vers l'arrière, mâchoires allongées avec prédominance de l'inférieure, fentes branchiales confluentes sous la gorge, etc. [1].

ZOOLOGIE. — *La fonction silicigène chez les Silicodermés.*
Note de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les Silicodermés sont des *animaux à silice*, non parce que leurs tissus renferment une proportion notable de ce corps, mais parce qu'ils peuvent utiliser la silice pour construire des *organites* siliceux ; en d'autres termes, parce qu'ils ont un *métabolisme de la silice*.

---

[1] *Papers from the Dana Oceanographical Collections.*

La silice, nécessairement d'origine exogène, doit provenir, ou bien des silicates dissous, ou des argiles alumosiliceuses ou kaoliniques en suspension dans l'eau de mer, ou des silicates du fond (feldspath, granulite, etc.).

Elle peut être introduite dans l'organisme sous ces trois formes, même sous forme solide, par le tube digestif ou les cryptes épidermiques. Elle est alors accaparée par des cellules spéciales (*cellules grises* ou *silicophores*), probablement d'origine épidermique, qui sont des *transporteurs de silice*; ces cellules amiboïdes peuvent se transformer directement en *silicoblastes*, ou céder leur silice à d'autres cellules qui deviendront des silicoblastes, *constructeurs d'organites siliceux*. Ces organites siliceux sont des corps figurés réfringents : spicules, cellules sableuses, plaquettes, etc., dont la formation suit sensiblement les mêmes phases.

Il y a d'abord une *phase sableuse* : ce que j'appelle le *sable siliceux* est une accumulation de très petits éléments ($0^{\mu},5$ à 2^{μ}) anguleux, très réfringents, ordinairement réunis par une substance cimentante; à la lumière polarisée, ils sont ordinairement anisotropes, parfois isotropes et souvent organisés en chaînes. Si l'on suit les hypothèses de Zachariassen et de Hägg sur l'état vitreux, on peut admettre que des groupements cristallins, tels que ceux que révèle l'analyse aux rayons X, pourraient, suivant leur teneur en silice, donner des chaînes coordonnées à sommets communs, des feuillets ou du quartz à trois dimensions, et ces éléments sont isotropes, s'ils sont disposés au hasard.

On peut aussi penser que ce sont des *silicosphérites*, analogues au calcosphérites de Harting, c'est-à-dire des combinaisons de silice et de protéiques. Si l'on mélange du silicate de potassium avec de l'albumine, on obtient un gel colloïdal transparent, qui s'opacifie progressivement; si l'on fait passer un courant de CO^2, il se forme, dans un excipient, des grumeaux constitués par de petits granulés microscopiques, accolés en chaînes ou en réseaux, dont chacun montre un point central colorable (protéique). Je crois que le sable siliceux est plutôt constitué par des cristallites enrobés par un ciment colorable par les colorants acides, au début, puis par les colorants basiques. Certains spicules (*Elophilus Ajuthiæ* Labbé, *Oncidium Leopoldi* Labbé, *Paraoncidium chameleon* Brazier) sont naturellement colorés en jaune, orange, ou brun par un pigment. En tous cas, la fonction silicigène est toujours une fonction intracellulaire; le spicule une fois formé, par disparition du cytoplasme et du noyau est entouré d'une capsule conjonctive.

A cette période sableuse, qui est constante, peut succéder une phase *condensée*, qui transforme l'organite sableux en un organite homogène,

transformation d'ailleurs progressive. Mais, si l'on traite un spicule par l'acide nitrique à chaud ou le mélange nitro-perchlorique de Kahane, il se forme des fissures, des trous, puis tout se désagrège en sable avec production de gaz; donc le ciment agglutinant, qui est probablement constitué par les protides protoplasmiques, ne fait que masquer le sable siliceux.

En résumé, il y a chez les Silicodermés, un métabolisme de la silice, mais, si nous avons quelques données morphologiques, nous ignorons son mécanisme chimique. Tout au plus peut-on supposer que, dans les silicates, l'acide silicique peut être déplacé de ses combinaisons par l'acide carbonique respiratoire. Le métabolisme des Silicodermés, ce qui était à prévoir, paraît totalement différent de celui des Éponges, autant que l'on en peut connaître. Cela démontre qu'une homologation, au point de vue de la silice, des divers animaux hétérotrophes avec les végétaux autotrophes et avec la silicose accidentelle, telle que vient de la tenter Antoine (¹), est extrêmement discutable et en tous cas prématurée.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *L'action de l'ultrapression sur l'activité pathogène de quelques virus.* Note de MM. **James Basset**, **Stéfan Nicolau** et **Michel-A. Machebœuf**, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous avons soumis à l'action de l'ultrapression plusieurs virus : ceux de la rage, de l'herpès, de la fièvre jaune, de la fièvre aphteuse et de l'encéphalo-myélite enzootique (maladie de Borna). Le temps d'exposition à l'ultrapression a été de 30 minutes dans toutes les expériences résumées plus bas. Les émulsions virulentes faites soit dans du bouillon de bœuf, soit dans de l'eau physiologique, se sont comportées identiquement. 99 animaux ont servi pour réaliser l'ensemble de ces expériences. Les résultats positifs des inoculations ont été confirmés par des examens histologiques.

Virus rabique fixe. — Des émulsions cérébrales au 1/20ᵉ, décantées ou centrifugées, ont été soumises à l'ultrapression. Dans une première expérience, 7 lapins ont été inoculés dans le cerveau; un avec l'émulsion témoin et six avec les émulsions pressées à 4000, 5000 et 6000^{atm}. Le témoin succomba dans le délai habituel, un sur deux des animaux inoculés avec l'émulsion pressée à 4000^{atm} mourut de rage en 15 jours; les autres survécurent. Dans une deuxième expérience, deux témoins ainsi que quatre lapins inoculés avec

(¹) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 980.

des émulsions soumises à 2000 et 3000^{atm}, succombèrent à la rage. Enfin, une troisième expérience confirma ces résultats : les témoins, ainsi que les animaux inoculés avec les émulsions soumises à 3000 et 4000^{atm} succombèrent à la rage, ceux, inoculés avec des émulsions pressées à 5000 et à 6000^{atm}, survécurent.

Virus herpétique. — Nous avons réalisé, dans des conditions analogues, cinq expériences avec le virus herpétique cérébral de lapin; dans les deux premières, les émulsions, pressées à 3000, 4000, 5000 et 6000^{atm}, se sont montrées avirulentes, tandis que les témoins sont morts dans les délais habituels. Dans la troisième expérience, le lapin témoin et ceux inoculés avec les émulsions soumises à 1000 et 2000^{atm}, ont succombé à l'encéphalo-myélite herpétique; les animaux qui avaient reçu les émulsions pressées à 3000 et à 4000^{atm} ont survécu. La quatrième et la cinquième expérience ont été identiques à la précédente : la pression de 2000^{atm} a respecté l'activité pathogène du virus herpétique, celles de 3000 et de 4000^{atm} l'ont supprimée. Les animaux ayant survécu à l'inoculation de virus herpétique ultrapressé se sont montrés sensibles à l'inoculation ultérieure d'épreuve : absence d'immunité acquise.

Virus de la fièvre jaune. — Les singes (*Macacus rhesus*), inoculés dans la cavité cœlomique avec des émulsions soumises à 1000, 2000 et 3000^{atm}, ont succombé à la maladie conférée; ceux infectés avec l'émulsion témoin et avec celle pressée à 1000^{atm}, respectivement en 8 et 9 jours; les pressions plus élevées (2000 et 3000^{atm}) ont atténué en partie le virus et les animaux sont morts en 15 jours.

Virus de la fièvre aphteuse. — Le liquide de vésicules plantaires obtenues expérimentalement chez des cobayes, dilué au 1/50e, a été soumis à l'ultrapression. La virulence des germes, respectée par l'action d'une pression de 2000^{atm}, partiellement atténuée par la compression à 3000^{atm}, a été supprimée par des pressions plus élevées (4000, 5000, 6000 et 7000^{atm}).

Virus de la maladie de Borna. — Le pouvoir infectieux des émulsions cérébrales (lapin) de ce virus s'est montré plus résistant à l'action des ultrapressions que celui des émulsions virulentes utilisées dans les expériences précédentes. Deux séries d'expériences d'inoculations cérébrales d'émulsions ultrapressées nous permettent de conclure que le virus de l'encéphalo-myélite enzootique garde son pouvoir pathogène après l'exposition aux pressions de 2000, 3000, 4000, 5000 et même de 6000^{atm}; à 7000^{atm}, il est détruit.

Rappelons que des résultats de même ordre ont été obtenus avec le virus

vaccinal ([1]). Les résultats de toutes ces expériences corroborent l'opinion que les ultravirus sont des éléments éloignés des enzymes et des toxines dont les propriétés caractéristiques sont respectées même par des pressions de 10000^{atm} ([2]). Ajoutons que la résistance des ultravirus aux pressions très hautes ne va pas de pair avec leurs dimensions corpusculaires actuellement admises.

Conclusions. — Les virus sus-cités, soumis pendant 30 minutes à l'action de l'ultrapression, résistent tous à 2000^{atm}. Le virus *herpétique* est inactivé à 3000^{atm}; celui de la *fièvre aphteuse*, en partie atténué par une pression de 3000^{atm}, est rendu avirulent à 4000^{atm}; l'activité pathogène du virus *rabique fixe* est respectée à 3000^{atm}, atténuée à 4000^{atm} et supprimée à 5000^{atm}; le virus *amaril* supporte une pression de 3000^{atm} sans perdre sa virulence; enfin, le virus de la maladie de *Borna* résiste à l'action des pressions de 2000, 3000, 4000, 5000 et même de 6000^{atm} et devient inactif seulement après une exposition de 30 minutes à 7000^{atm}.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Formation d'acide cyanhydrique et d'urée par oxydation du lévulose, en milieu ammoniacal, à la température du laboratoire.* Note de M. **Jacques Parrod**, transmise par M. Georges Urbain.

L'oxydation de divers sucres par l'hydroxyde cuivrique ammoniacal et l'oxygène de l'air, à la température du laboratoire, fournit l'imidazol et plusieurs dérivés de ce noyau azoté ([3]), constituant important des nucléoprotéines. Une suite naturelle de cette étude consiste à rechercher si l'addition d'un sel ammoniacal au milieu oxydant, conduit à des produits de nature différente.

Il en est bien ainsi lorsque le sucre expérimenté est le lévulose, et le sel ammoniacal ajouté, le sulfite d'ammonium; on observe alors la formation d'acide cyanhydrique (environ 1 mol-g. de CNH pour 3 mol-g. de lévulose),

---

([1]) J. Basset, Mme E. Wollman, M. A. Macheboeuf et M. Bardach. *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1138.

([2]) J. Basset et M. A. Macheboeuf, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1431.

([3]) Pierre Girard et Jacques Parrod, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 328; Yvonne Garreau et Jacques Parrod, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 657; Jacques Parrod, *Thèse*, *Ann. de Ch.*, 19, 1933, p. 233.

et de très peu d'urée. Dans des conditions identiques, mais en l'absence de sulfite d'ammonium on ne peut déceler ces deux composés.

Ils ne se forment pas non plus si l'on substitue le glucose au lévulose (avec ou sans sulfite d'ammonium).

La formation d'acide cyanhydrique a été signalée au cours de l'oxydation de substances carbonées par l'acide azotique. C'est M. Richard Fosse qui le premier a obtenu ce composé, ainsi d'ailleurs que l'urée, par oxydation de sucres en milieu ammoniacal ([1]). Il utilisait comme oxydant un permanganate, et pour obtenir un bon rendement en acide cyanhydrique, ajoutait un sel de mercure ou d'argent.

Il est intéressant de voir que l'acide cyanhydrique et l'urée peuvent se former à la température de 18°, à l'aide de procédés d'oxydation peu violents. Cette réaction est proche peut-être de celles qui, chez les végétaux, aboutissent à la formation d'acide cyanhydrique; plusieurs espèces contiennent en effet ce composé en quantité importante, et certains physiologistes supposent qu'il représente, même chez les végétaux chez lesquels on ne le décèle pas, un produit de passage vers les protéines.

Technique. — Dans une fiole conique de 300^{cm^3}, on introduit la solution suivante : lévulose (ou glucose), 9^g (1/10 mol-g); hydroxyde cuivrique, 10^g(1/10 mol-g); sulfite d'ammonium $d = 1,18$, 50^{cm^3} (1/10 mol-g); ammoniaque $d = 0,92$, 50^{cm^3} (1/2 mol-g); eau distillée, 100^{cm^3}.

On bouche avec un tampon de coton lâche et l'on abandonne une dizaine de jours. Le liquide reste bleu, et rapidement, dans le cas du glucose, se déposent des paillettes de dithionate cuivrique ammoniacal. Si le sucre expérimenté est le lévulose, le dithionate, moins abondant, se trouve mélangé à des cristaux incolores d'un cyanure de cuivre.

Pour vérifier l'influence du sulfite d'ammonium, on remplace celui-ci, dans deux expériences témoins, par 50^{cm^3} d'eau distillée. Un abondant dépôt amorphe se forme alors, mélange des sels de cuivre de divers imidazols.

Recherche de l'acide cyanhydrique. — On recherche ce composé séparément dans le précipité et dans la moitié du volume du liquide clair. On distille en milieu fortement chlorhydrique, recueille le distillat dans une solution de soude. Sur celui-ci on fait l'épreuve du bleu de prusse, négative, sauf

---

([1]) *L'urée* (Les Presses Universitaires de France), 1927, p. 163.

dans le cas du lévulose en présence de sulfite d'ammonium. On dose alors volumétriquement, par la méthode de Denigès.

Trouvé, à partir de 9^g de lévulose : $0^g,38$ de CNH dans le précipité, et $0^g,03$ dans la solution.

Recherche de l'urée. — L'autre moitié du liquide clair est évaporée dans le vide. On reprend par l'eau, filtre. Le filtrat, évaporé à nouveau à sec, est repris par l'alcool. Après évaporation et reprise par un peu d'eau, on obtient une solution exempte de cuivre et ne contenant que des traces d'ammoniaque, dans laquelle on recherche l'urée par précipitation de xanthylurée. A partir du lévulose en présence de sulfite d'ammonium cette réaction est positive.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la microflore nitrificatrice des boues activées de Paris.* Note de Mlle **Hélène Winogradsky**, présentée par M. Serge Winogradsky.

Depuis les anciennes recherches de M. S. Winogradsky sur les organismes de la nitrification, plusieurs études ont été exécutées ayant pour but d'isoler les agents nitrificateurs actifs dans différents procédés d'épuration des eaux résiduaires. On y retrouvait généralement le microbe de la nitritation, ainsi que celui de la nitratation, les deux assez semblables aux espèces du sol, pour que les noms de *Nitrosomonas* et *Nitrobacter* leur soient également appliqués.

Mais quant au procédé des *boues activées*, les chercheurs étaient loin de se montrer aussi affirmatifs. D'un côté, la marche du phénomène et ses conditions ne paraissaient pas répondre aux notions classiques sur la nitrification biologique. D'un autre, les agents microbiens ne se laissaient pas isoler au moyen du procédé courant. En conséquence, des doutes ont été exprimés sur le rôle des organismes comme agents actifs dans ce cas. On est allé même jusqu'à attribuer le processus à des causes purement chimiques, en rapport avec l'oxydation concomitante du sulfure de fer, dont ces boues sont riches.

L'échantillon de boue étudié provenait de l'usine de Colombes. Les premières épreuves ont immédiatement révélé une densité extraordinaire de microbes spécifiques, telle comme on n'a jamais eu l'occasion de l'observer dans le sol. La nouvelle méthode, élaborée au cours des

recherches sur la nitrification reprises en 1933 à l'Institut Pasteur de Brie-Comte-Robert ([1]), a beaucoup facilité leur découverte.

Il est à rappeler que dans le sol arable on a trouvé trois genres, ou groupes, de Nitrosobactéries : 1° formes libres, souvent mobiles : *Nitrosomonas*; 2° formes à végétation coloniale (zoogléique) : *Nitrosocystis*; 3° formes spiralées : *Nitrosospira*. C'est le premier groupe qui paraît y jouer le rôle principal. Quant aux nitrobactéries, le *Nitrobacter*, isolé il y a plus de quarante ans, reste jusqu'à ce jour le seul ferment nitrique retrouvé par tous les chercheurs.

La population nitrificatrice des boues activées, autant qu'il m'a été possible de l'étudier, diffère notablement de celle du sol. Elle est morphologiquement beaucoup plus variée, et ce sont bien nettement les formes coloniales (zoogléiques) qui y dominent, s'agit-il de la nitritation, ou bien de la nitratation. Dans la présente Note, il ne me sera possible que de relever les principaux caractères différentiels de ces formes nouvelles qui ont été observés au cours des expériences de culture d'une durée de deux ans, ce qui est suffisant pour s'assurer de la stabilité de ces caractères. Une description détaillée munie d'illustrations paraîtra dans un autre Recueil.

Groupe des Nitrosobactéries. — 1° Forme libre. Souche de *Nitrosomonas*. Se distingue des souches déjà décrites par sa forme en bâtonnet trapu à bouts acuminés. Produit sur les plaques émaillées (avec $CaCO^3$) une coloration jaune orange, qui devient brune dans les cultures âgées.

2° Forme coloniale (zoogléique), *membraneuse*, composée de cellules cocciformes, se divisant en un plan à angle droit, formant ainsi des colonies massives, *ramifiées*, composées de colonies-filles *encapsulées*, *à structure mérismatique*. Nom proposé : *Nitrosogloea merismoïdes*.

3° Forme coloniale, composée de bâtonnets et courts filaments *engainés*, se divisant transversalement en articles aplatis, qui s'arrondissent tout en *restant réunis dans leur gaine commune*; les filaments s'enchevêtrent à la manière des filaments des champignons en formant des pelotons caractéristiques. Nom proposé : *Nitrosogloea schizobacteroïdes*.

4° Forme coloniale, *membraneuse*, composée d'une couche de cocci, retenus dans une glaire commune assez solidement, pour que toute la membrane s'enlève par la pointe de l'aiguille. La couche des cellules est uniforme et dépourvue de toute structure, ou groupement, comme c'est le cas avec les espèces précédentes. Nom proposé : *Nitrosogloea membranacea*.

([1]) Voir *Ann. Inst. Pasteur*, 50, 1933, p. 350.

5° Forme coloniale à caractères identiques ou rapprochés de ceux que l'on a constaté chez l'espèce *Nitrosocystis* (*loc. cit.*), assez fréquente dans le sol arable et qui paraît dominer dans le sol forestier. Elle pourrait être désignée *Nitrosocystis* souche *B. A.*

Groupe des Nitrobactéries. — 1° Forme coloniale. Végétation sur plaques sous forme de *grains* ou de *petites verrues*, qui percent la couche kaolinée et qui sont visibles à l'œil nu, atteignant jusqu'à 1 à 2^{mm} de diamètre. De teinte jaunâtre, elles brunissent en vieillissant. Cellules d'une petitesse extrême n'excédant pas quelques fractions de μ. La forme est en bâtonnet ou ellipsoïde minuscule, dont la substance chromatique est réduite à de petites granulations situées généralement aux deux bouts ; de sorte qu'un groupe de cellules disséminées ne se présente souvent que comme un amas de granulations punctiformes, où il n'est pas toujours facile de délimiter les corps microbiens. Mais leur nature ne soulève aucun doute, car ces productions se groupent en colonies qui possèdent une structure déterminée : corps massifs arrondis, oviformes, composés d'un grand nombre de groupements enrobés dans une glaire commune. Nom proposé : *Nitrogloea micropunctata.*

2° Forme coloniale. Caractères microscopiques pareils à la précédente. Seulement, la masse paraît plus résistante et de teinte plus sombre. Colonies compactes, généralement sphériques munies de fortes capsules, isolées ou accotées l'une à l'autre jusqu'à former de véritables grappes. Cellules arrondies d'un diamètre de près d'un μ, colorables à leur périphérie. Nom proposé : *Nitrocystis B. A.*

Quant à l'intensité de l'action oxydante de ces agents bactériens, un point retient l'attention : c'est qu'elle est favorisée par une dose accrue de fer assimilable.

Le but se pose maintenant de reproduire l'effet exercé par les boues activées au moyen d'une combinaison des espèces isolées et dans des conditions semblables.

TUBERCULOSE. — *Résultats préliminaires sur le traitement de la tuberculose humaine au moyen de lysats vivants et formolés dérivés du B.C.G. et du B. Tuberculeux, et de sérums de chevaux immunisés avec ces antigènes.* Note de M. E. Grasset, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous exposerons dans la présente Communication les résultats préliminaires concernant l'influence sur l'évolution de la tuberculose humaine : 1° de lysats vivants et formolés obtenus par un procédé de congélation répétée à partir du B.C.G. et du B. tuberculeux, dont nous avons exposé ailleurs [1] les propriétés biologiques et antigéniques ; 2° des sérums provenant de chevaux immunisés au moyen de ces lysats et doués *in vitro* de propriétés floculantes à l'égard de ces antigènes et des tuberculines humaine et bovine. Bien qu'il soit évidemment prématuré de vouloir tirer des conclusions définitives de ces premiers essais cliniques, qui nécessitent, comme tout essai thérapeutique en matière de tuberculose, un recul prolongé pour se faire une opinion rationnelle, nous pensons cependant que l'intérêt des résultats, observés chez un nombre relativement élevé de cas, nous autorise à faire connaître les faits suivants. Ces essais ont porté, non seulement sur des tuberculeux européens, mais également sur des Noirs, dont on connaît la sensibilité à la tuberculose et l'évolution rapide de celle-ci chez les sujets infectés. Ces Noirs de race Bantou faisaient partie des recrues indigènes des mines d'or du Rand, centralisés avant engagement dans l'institution sanitaire centrale à Johannesbourg (Dr A. I. Girdwood), où ils sont tenus sous une stricte observation médicale avant d'être enrôlés ou évacués par les autorités minières. Nos premiers essais, effectués en 1934, ont porté sur une cinquantaine de sujets tuberculeux, entre 20 et 40 ans, dont le diagnostic clinique avait été confirmé par les épreuves radiologiques et la présence réitérée de B. tuberculeux dans les crachats. Ils présentaient tous des lésions pulmonaires actives, uni ou bilatérales extensives, parfois compliquées de pleurésie ou péritonite, lésions accompagnées d'un état général souvent très atteint et cachectique, pouls entre 90 et 120, température irrégulière, jusqu'à 38,5. Un groupe de malades fut soumis à une série d'injections de sérum, provenant de chevaux immunisés par injections mixtes de lysats vivants et

---

(1) E. Grasset, *C. R. de la Soc. de Biol.*, **119**, 1935, p. 261.

formolés, et concentré et purifié par précipitation fractionnée au sulfate de soude. Après de petites doses préliminaires de 0,1 à 1^{cm^3}, ces malades reçurent 5 à 6 injections quotidiennes de 20^{cm^3} de sérum par voie intramusculaire. Un autre groupe fut soumis aux essais de traitement antigénothérapique combiné, soit de lysats formolés de souche acido-résistante sur milieu de Sauton, de lysats de souche non acido-résistante sur gélose au sang humain, et de lysats vivants de B. C. G. Enfin un troisième groupe d'individus fut soumis au traitement mixte, sérothérapique et antigénique. De ces essais comparatifs, ceux correspondant au dernier groupe de traitement mixte nous ont donné les résultats les plus intéressants et les plus constants que nous résumerons ci-dessous, bien que des observations de même ordre, mais plus irrégulières, aient été notées chez des sujets des deux groupes sérum ou antigène seuls.

Une série de 35 Noirs tuberculeux présentant des lésions pulmonaires actives uni ou bilatérales, simples ou compliquées de localisations séreuses, pleurales ou péritonéales, furent soumis à ce traitement mixte sérum-lysats. Déjà, après quelques injections de sérum, nous avons observé chez certains malades une baisse de température qui s'accentua progressivement pour atteindre la normale en une semaine et s'y stabiliser. Cette baisse de température, qui semble coïncider avec une désintoxication des malades, est accompagnée dans les semaines suivantes d'une amélioration de l'état général, cessation des sueurs nocturnes, baisse graduelle du pouls, augmentation de l'appétit, diminution de la toux et de l'oppression ainsi que des crachats. Dans plusieurs cas compliqués de péritonite, généralement mortelle chez le Noir, nous avons observé une résorption graduelle du liquide péritonéal, sans ponction abdominale. Une dizaine de jours après la cessation des injections de sérum, nos malades ont été soumis au traitement antigénothérapique, consistant en des injections bihebdomadaires des lysats mentionnés à raison de doses sous-cutanées croissantes de $0^{cm^3},1$, $0^{cm^3},2$, $0^{cm^3},3$ à 2^{cm^3}, au cours des 2 à 3 mois suivants. Ce traitement antigénique, actif, par ces lysats, également très bien supporté, paraît nécessaire dans la plupart des cas pour maintenir et compléter l'action antérieure passive, réalisée par le sérum. Elle se traduit par une augmentation graduelle de poids et consolidation ultérieure, chez une grande proportion des tuberculeux ainsi traités, de l'état général et organique, pulmonaire ou pleuro-péritonéal.

Sur 21 cas pleuro-pulmonaires appartenant à ce groupe et pesés dès le début du traitement, 17 présentèrent, après 2 mois de traitement, une

augmentation de poids variant de 400^g à $4^{kg},750$, soit une augmentation moyenne de $2^{kg},250$, coïncidant chez la plupart d'entre eux avec une amélioration marquée de l'état général.

De même l'influence du traitement sur les lésions pulmonaires est reflétée par le fait que, chez 11 de ces 35 malades originellement tous bacillifères, soit 34 pour 100, la recherche répétée du bacille tuberculeux était devenue négative après examens répétés et homogénisation. Six Noirs parmi ces 11 derniers furent envoyés à titre d'essai pour travailler dans les mines. Des examens cliniques et bactériologiques, effectués tous les 15 jours durant les 3 mois suivants, ont jusqu'ici confirmé la consolidation réalisée par le traitement chez ces sujets, dont la température est restée normale, les crachats négatifs et dont le poids s'est maintenu ou a encore légèrement augmenté malgré la dure épreuve physique à laquelle ils sont astreints. Des résultats cliniques analogues, voire même plus marqués, ont été également observés chez des Européens tuberculeux soumis à ce même traitement mixte. Ils seront exposés dans une publication ultérieure, avec les détails cliniques qu'ils comportent, et après le recul que nécessite une interprétation de faits de cette nature. Nous poursuivons nos essais thérapeutiques sur différentes formes cliniques tuberculeuses.

Afin d'augmenter dans la mesure du possible la spécificité des antigènes servant à la préparation de ces lysats et sérums, nous poursuivons des essais comparatifs utilisant respectivement, pour la préparation de ces produits, des souches tuberculeuses humaines et bovines.

M. **Ch. Voillaume** adresse une Note sur le *Rayonnement pénétrant terrestre et son rapport avec le Cancer*.

Cette Note est renvoyée à une Commission formée des Sections de Physique, de Médecine et Chirurgie et de MM. **Henri Deslandres** et **Louis Lapicque**.

La séance est levée à 16^h15^m.

E. P.

ERRATA.

—

(Séance du 8 avril 1935.)

Note de M. *Charles Dhéré* et Mlle *Anne Raffy*, Sur les spectres de fluorescence des phéophorbides :

Page 1368, ligne 5, *au lieu de* à 633,5 pour *b*, *lire* à 663,5 pour *b*.

(Séance du 6 mai 1935.)

Note de M. *Émile Mathias*, Le diamètre de la courbe des densités :

Page 1645, formule, 3e terme du second membre, *au lieu de* $+7.10^{-9}(T-100)$, *lire* $+10^{-9}\,T^2(T-100)$.